

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова»
Ереванский филиал**



Кафедра «Экономические науки»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

**Б1.Б.05.02 Линейная алгебра
(для набора на 2020 г.)**

Направление подготовки 38.03.01 Экономика

Направленность (профиль) программы: Финансы и банковское дело

Уровень высшего образования – *Бакалавриат*

Программа подготовки – *академический бакалавриат*

Ереван 2019 г.

Рецензенты:

1. Вирабян Г.Б., к.т.н, доцент
2. Сардарян Г.Л., к.э.н., доцент

Аннотация рабочей программы дисциплины

Учебная дисциплина «**Линейная алгебра**» входит в состав базовой части учебного плана по направлению 38.03.01 «Экономика», направленность (профиль) «Финансы и банковское дело». Цель дисциплины состоит в получении студентами фундаментальных математических знаний и прочных практических навыков для построения и исследования математических моделей различных экономических процессов.

Рабочая программа составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (уровень бакалавриата), утвержденного приказом Министерства образования и науки России от 12.11.2015

№ 1327

Составитель: Шамамян Анаит Гамлетовна, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Информационные технологии и гуманитарные науки» Ереванского филиала ФГБОУ ВО «РЭУ имени Г.В. Плеханова».

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры «Экономические науки» протокол № 10 от «23» мая 2019 г.

Заведующий кафедрой



С.О.Искаджян

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры

«Экономические науки» протокол № 10 от «23» мая 2017 г.

Заведующий кафедрой

Каракозов Г.С.



Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу «Линейная алгебра», рассмотрены на заседании кафедры экономических наук, протокол № 10 от 24 мая 2018 г.

Заведующий кафедрой



(подпись)

С.О.Искаджян

(Ф.И.О.)

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу «Линейная алгебра», утверждены на заседании кафедры экономических наук, протокол № 10 от 23 мая 2019г.

Заведующий кафедрой



(подпись)

С.О.Искаджян

(Ф.И.О.)

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу «Линейная алгебра», утверждены на заседании кафедры экономических наук, протокол № 10 от 25 мая 2020 г.

Заведующий кафедрой



(подпись)

А.К. Саакян

(Ф.И.О.)

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу «Линейная алгебра», утверждены на заседании кафедры экономических наук, протокол № 1 от 26 августа 2021 г.

Заведующий кафедрой



(подпись)

Б. В. Габриелян

(Ф.И.О.)

Содержание

I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Цель дисциплины

Учебные задачи дисциплины

Место дисциплины в структуре ОПОП ВО (основной профессиональной образовательной программы высшего образования)

Требования к результатам освоения содержания дисциплины

Формы контроля

II. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

III. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

IV. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ, ИНФОРМАЦИОННОЕ И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Рекомендуемая литература

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Материально-техническое обеспечение дисциплины (разделов)

V. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

(СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ) С УКАЗАНИЕМ ЧАСОВ И ВИДОВ ЗАНЯТИЙ)

VI. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы (см. таблицу раздела II)

6.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания (см. таблицу раздела II и раздел VIII)

6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

VII. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

VIII. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Приложение 1

Приложение 2

I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Цель дисциплины

Целью учебной дисциплины «**Линейная алгебра**» является:

1. формирование личности студента, развитие его интеллекта и способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;
2. обучение студентов современным методам линейной алгебры, применяемым при изучении и анализе экономических задач

Учебные задачи дисциплины

Задачами дисциплины являются:

1. обеспечить высокую, математическую подготовку студентов;
2. приобретенные навыки уметь использовать для решения задач социально-экономического характера с применением современных вычислительных средств.

Место дисциплины в структуре ОПОП ВО (основной профессиональной образовательной программы высшего образования)

Дисциплина «**Линейная алгебра**», относится к базовой части учебного плана.

Объем дисциплины и виды учебной работы

Показатель объема дисциплины	Всего часов		
	Очная ф.о.	Заочная ф.о.	Очно-заочная ф.о.
Объем дисциплины в зачетных единицах	4		
Объем дисциплины в часах	144		
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	56	14	
1. Объем аудиторной работы (всего)	52	10	
в том числе:			
• Лекции	24	4	
• лабораторные занятия	-		
• практические занятия	28	6	
2. Объем электронного обучения	-		
3. Контактная работа по промежуточной аттестации (Катт)	-	-	
4. Консультация перед экзаменом (КЭ)	2	2	
5. Контактная работа по промежуточной аттестации в период экз. сессии / сессии заоч. (Каттэкз)	2	2	
Самостоятельная работа (всего)	56	125	

Дисциплина основывается на знании следующих дисциплин: «Математика», «Геометрия» школьной программы.

Для успешного освоения дисциплины «**Линейная алгебра**», студент должен:

1. Знать школьный курс математики, математические понятия, символику и методы решения простейших задач, способы оценивания результатов вычислений.

2. Уметь производить математические действия, интерпретировать и оценивать результаты вычислений.
3. Владеть навыками математических инструментов, необходимых для построения математических моделей экономических и социальных процессов и их изучения на базе аппарата линейной алгебры.

Изучение дисциплины «**Линейная алгебра**» необходимо для дальнейшего изучения таких дисциплин, как: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Эконометрика», «Экономический анализ», «Макроэкономическое планирование и прогнозирование», «Система моделирования и принятия решений». и т.д.

Требования к результатам освоения содержания дисциплины

ОК-7 Способность к самоорганизации и самообразованию

В результате освоения компетенции **ОК- 7** студент должен:

Знать:

- пути и средства профессионального самосовершенствования: профессиональные форумы, конференции, семинары, тренинги, повышение квалификации, магистратура, аспирантура;
- систему категорий и методов, направленных на формирование аналитического и логического мышления;
- закономерности профессионально-творческого и культурно-нравственного развития.

Уметь:

- анализировать информационные источники (сайты, форумы, периодические издания);
- анализировать культурную, профессиональную и личностную информацию и использовать ее для повышения своей квалификации и личностных качеств.

Владеть:

- навыками организации самообразования, технологиями приобретения, использования и обновления социально-культурных, психологических, профессиональных знаний.

ОПК-2 – способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.

В результате освоения компетенции **ОПК- 2** студент должен:

Знать:

- процесс сбора финансово-экономической, статистической и бухгалтерской информации;
 - возможность обработки собранной информации при помощи информационных технологий и различных финансово-бухгалтерских программ;
- варианты финансово-экономического анализа при решении вопросов профессиональной деятельности.

Уметь:

- определять ценность сбора, анализа и обработки собранной финансово-экономической информации;
- соотносить собираемость информации на определенную дату и проводя анализ данных использовать различные методы статистической обработки;
- анализировать многообразие собранных данных и приводить их к определенному результату для обоснования экономического роста;
- оценивать роль собранных данных для расчета каждого экономического показателя.

Владеть:

- навыками статистического, сравнительно-финансового анализа для определения места профессиональной деятельности в экономической парадигме;
- приемами анализа сложных социально-экономических показателей;
- навыками составления пояснения и объяснения изменения показателей, после проведенного сбора и анализа данных.

ПК-1 – способностью собирать и проанализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов

В результате освоения компетенции **ПК-1** студент должен:

Знать:

- основные экономические и социально-экономические показатели, применяемые для характеристики хозяйствующего субъекта экономики;
- основные варианты расчетов экономических показателей;
- показатели, характеризующие рост производительности труда и рост заработной платы предприятий в рыночной экономике.

Уметь:

- проводить обоснование правильности выбора сбора экономических и социально-экономических показателей;
- анализировать экономические и социально-экономические показатели;
- системно анализировать социально-экономические показатели;
- делать выводы и обосновывать полученные конечные результаты;
- подготовить после анализа экономических и социально-экономических показателей доклад, статью, курсовую работу, выпускную квалификационную работу, презентацию и т.д..
- пользоваться основными выводами при написании и опубликовании статьи и доклада.

Владеть:

- навыками работы с аналитическими данными, полученными при обосновании деятельности хозяйствующего субъекта;
- экономическими основами профессиональной деятельности.

Формы контроля

Текущий и рубежный контроль осуществляется лектором и преподавателем, ведущим практические занятия, в соответствии с тематическим планом.

Промежуточная аттестация во втором семестре – экзамен.

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации формируют рейтинговую оценку работы студента. Распределение баллов при формировании рейтинговой оценки работы студента осуществляется в соответствии с «Положением о рейтинговой системе оценки успеваемости и качества знаний студентов в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова». Распределение баллов по отдельным видам работ в процессе освоения дисциплины «**Линейная алгебра**» осуществляется в соответствии с разделом VIII.

II. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

и описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (темы)	Содержание	Формируемые компетенции	Результаты освоения (знать, уметь, владеть, понимать)	Образовательные технологии
1.	Тема 1 Матрицы	Матрицы. Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Сложение и произведение матриц.	ОПК-2; ОК-7; ПК-1	Знать: виды матриц: квадратная, диагональная, единичная, транспонированная, обратная, нулевая, матрица - строка и столбец, исчисление матриц: умножение на число, сложение, умножение, транспонирование. Уметь: осуществлять операции над матрицами. Владеть: исчислением	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, самостоятельная работа с литературой.
2.	Тема 2 Определители матриц.	Определитель матрицы, минор и алгебраическое дополнение. Свойства определителей и способы их вычисления. Ранг матрицы. Элементарные преобразования нахождения определителя и ранга матрицы.	ОПК-2; ОК-7; ПК-1	Знать: определения определителя матрицы, минора и алгебраического дополнения элемента матрицы. Уметь: применять методы Саррюса, Лапласа и элементарных преобразований для нахождения определителя. Владеть: навыками вычисления определителя матрицы различными методами.	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, самостоятельная работа с литературой.
3.	Тема 3 Обратная матрица.	Определение обратной матрицы. Необходимые и достаточные	ОПК-2; ОК-7; ПК-1	Знать: определение, свойства обратной	Лекции, семинары, письменное домашнее

		условия существования обратной матрицы. Алгоритм нахождения обратной матрицы. Метод Жордано-Гаусса. Решение матричных уравнений. Ранг матрицы. Элементарные преобразования нахождения ранга матрицы.		матрицы; теорему существования и единственности; Уметь: определять присоединенную матрицу; вычислять обратную с помощью алгебраических дополнений и методом Жордано-Гаусса. Владеть: навыками вычисления	задание, самостоятельная работа с литературой.
4.	Тема 4 Системы линейных уравнений	Системы линейных уравнений: несовместные, совместные, неопределенные, определенные, разрешенные. Теорема Кронекера-Капелли. Формулы Крамера. Метод Гаусса нахождения решения системы линейных уравнений. Матричная форма представления решения системы линейных уравнений. Метод нахождения решения системы линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Общее, частное и базисное решения. Преобразование Жордана. Метод Жордана - Гаусса решения систем линейных уравнений. Теорема о решении однородной системы линейных уравнений. Межотраслевой баланс. Экономическая модель В.В. Леонтьева (замкнутая и открытая).	ОПК-2; ОК-7; ПК-1	Знать: методы решения систем линейных уравнений. Уметь: использовать методы решения систем линейных уравнений; Владеть: навыками как решения систем линейных уравнений матричным методом, методом Гаусса и по формулам Крамера, так и при построении экономических балансовых моделей.	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, самостоятельная работа с литературой, интерактивная лекция.
5.	Тема 5 Векторное линейное пространство.	Определение линейного пространства, его свойства. Определение вектора, действия	ОПК-2; ОК-7; ПК-1	Знать: линейные и нелинейные действия над векторами, понятие линейной зависимости и	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, самостоятельная работа с литературой.

		<p>над векторами. Скалярное произведение векторов.</p> <p>Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов, их свойства.</p> <p>Базис как максимальная линейно независимая подсистема системы векторов.</p> <p>Уравнения линий на плоскости.</p>		<p>независимости системы векторов. Определение базиса системы векторов.</p> <p>Уметь: определять зависимые, либо линейно независимые системы векторов. Осуществлять разложение вектора по базису.</p> <p>Владеть: навыками проведения расчетов.</p>	
6.	Тема 6 Линейные операторы.	<p>Определение линейных операторов.</p> <p>Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного оператора, заданного матрицей. Нахождение собственных значений и собственных векторов линейного оператора.</p>	ОПК-2; ОК-7; ПК-1	<p>Знать: определения характеристического многочлена и характеристического уравнения</p> <p>Уметь: решать характеристическое уравнение и находить собственные значения и собственные векторы.</p> <p>Владеть: методом Фаддеева для расчета коэффициентов характеристического уравнения.</p>	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, самостоятельная работа с литературой.
7.	Тема 7 Квадратичные формы.	<p>Стандартный вид квадратичной формы, изменение при невырожденном линейном преобразовании, канонический вид. Положительная и отрицательная определенная квадратичная формы.</p>	ОПК-2; ОК-7; ПК-1	<p>Знать: определения стандартной и канонической квадратичных форм, критерии положительной и отрицательной определенности квадратичной формы.</p> <p>Уметь: определять положительную и отрицательную определенность квадратичной</p>	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, самостоятельная работа с литературой.

				Владеть: приведением квадратичной формы к стандартному и каноническому виду.	
8.	Тема 8 Линейные задачи оптимизации	Общая и каноническая задачи линейного программирования. Допустимое и оптимальное решение задачи линейного программирования. Простейшие свойства задачи линейного программирования. Примеры экономических задач, сводимых к задаче линейного программирования	ОПК-2; ОК-7; ПК-1	Знать: формы записи общей и канонической задач линейного математического программирования; Уметь: доказывать простейшие свойства задач математического программирования. Владеть: навыками сведения простейших экономических задач к задачам математического программирования.	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, самостоятельная работа с литературой.
9.	Тема 9 Графический метод	Системы линейных неравенств. Графический метод решения задач линейного программирования с двумя и более переменными.	ОПК-2; ОК-7; ПК-1	Знать: принципы решения линейных неравенств на плоскости и построения вектора градиента. Уметь: изобразить на плоскости множество допустимых решений задачи линейного математического программирования, сводить задачу с n переменными и ограничениями в виде m уравнений ($1 \leq n-m \leq 2$) к задаче, решаемой графически. Владеть: графическим методом решения задачи линейного математического программирования.	Лекции, семинары, практические занятия консультации преподавателей, самостоятельная работа с литературой, интерактивная лекция.
10.	Тема 10	Опорное решение канонической задачи линейного	ОПК-2; ОК-7; ПК-1	Знать: определения опорного решения и его	Лекции, семинары, практические занятия

	Свойства решений задачи линейного программирования. Теория двойственности линейного программирования.	программирования. Базис опорного решения и его свойства. Первая и вторая теоремы двойственности, их применение для решения задач линейного программирования. Теоремы об отсутствии решения. Экономическая интерпретация взаимно двойственных задач линейного программирования.		базиса для ограничений задачи линейного математического программирования в виде системы линейных уравнений и не отрицательности переменных. Уметь: доказывать свойства базисов опорного решения. Владеть: способами отыскания опорных решений и их базисов для задачи линейного математического программирования	консультации преподавателей, самостоятельная работа с литературой.
11.	Тема 11 Метод искусственного базиса	Метод искусственного базиса для нахождения первоначального опорного решения исходной канонической задачи линейного программирования. Признак оптимальности опорного решения. Условия отсутствия оптимального решения.	ОПК-2; ОК-7; ПК-1	Знать: для решения какой проблемы используется метод искусственного базиса, способы сведения задачи линейного программирования к задаче с искусственным базисом, признаки существования опорного и оптимального решения задачи линейного программирования. Уметь: обосновывать использование метода искусственного базиса. Владеть: методом искусственного базиса для решения задач линейного математического программирования.	Лекции, семинары, практические занятия консультации преподавателей, самостоятельная работа с литературой.
12.	Тема 12 Симплексный метод. Алгоритм симплексного метода.	Достаточное условие оптимальности опорного решения канонической задачи линейного программирования.	ОПК-2; ОК-7; ПК-1	Знать: достаточное условие оптимальности опорного решения, симплексную таблицу и ее	Лекция, практические занятия, письменное задание, расчетно-аналитическое задание,

		<p>Симплекс таблица и ее свойства. Начальное опорное решения и переход от одного опорного решения к другому. Теорема о неограниченности целевой функции.</p> <p>Решение симплексным методом канонической задачи линейного программирования.</p> <p>Разрешимость канонической задачи линейного программирования.</p>		<p>свойства, условия неограниченности целевой функции на множестве допустимых решений.</p> <p>Уметь: доказывать достаточное условие оптимальности опорного решения и неограниченность целевой функции на множестве допустимых решений.</p> <p>Владеть: подходами к формированию симплекс таблицы и переходом с их помощью от одного опорного решения к другому; алгоритмом симплекс метода для решения экономических задач, сводимых к задачам линейного математического программирования.</p>	самостоятельная работа студентов.
13.	Тема 13 Транспортная задача линейного программирования	<p>Математическая модель. Необходимые и достаточные условия разрешимости транспортной задачи. Методы построения опорного решения транспортной задачи. Переход от одного опорного решения к другому. Достаточное условие оптимальности опорного решения. Метод потенциалов. Задача с неправильным балансом. Задача о назначении.</p>	ОПК-2; ОК-7; ПК-1	<p>Знать: математическую постановку транспортной задачи,</p> <p>Уметь: строить первоначальное опорное решение, обосновывать достаточное условие оптимальности опорного решения.</p> <p>Владеть: методом потенциалов для решения транспортной задачи и задачи о назначении</p>	Лекция, практические занятия, письменное задание, расчетно-аналитическое задание, самостоятельная работа студентов.
14.	Тема 14 Целочисленное и нелинейное Программирование	<p>Дискретность и целочисленные задачи в экономике Метод Гомори для решения задач целочисленного программирования. Метод</p>	ОПК-2; ОК-7; ПК-1	<p>Знать: математические постановки задач целочисленного программирования и выпуклого</p>	Лекции, семинары, практические занятия консультации преподавателей,

		<p>ветвей и границ. Решение задачи выпуклого квадратичного программирования - формирования оптимального портфеля ценных бумаг. Градиентные методы решения задач выпуклого программирования. Метод Беллмана решения задачи динамического программирования.</p>		<p>квадратичного программирования, методы решения таких задач. Уметь: обосновать методы Гомори, ветвей и границ для решения целочисленных задач, обосновать применение методов решения задач линейного программирования к решению задач выпуклого квадратичного программирования (задачи Марковица). Владеть: методом решения задачи формирования оптимального портфеля ценных бумаг.</p>	<p>самостоятельная работа с литературой.</p>
15.	<p>Тема 15 Элементы теории игр</p>	<p>Коалиционные, бескоалиционные, биматричные и матричные игры в чистых и смешанных стратегиях. Цена игры. Оптимальные смешанные стратегии в матричной игре 2-х лиц и игре с природой.</p>	<p>ОПК-2; ОК-7; ПК-1</p>	<p>Знать: математические постановки игровых задач, методы решения матричных игр 2-х лиц и игры с природой. Уметь: находить разумные стратегии в играх с природой, используя критерии Бейеса, Вальда, Сэвиджа и Гурвица. Владеть: графическим методом решения матричной игры.</p>	<p>Лекции, семинары, практические занятия консультации преподавателей, самостоятельная работа с литературой.</p>

III. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе освоения дисциплины «**Линейная алгебра**» используются следующие образовательные технологии:

1. Стандартные методы обучения:

- лекции;
- практические занятия, на которых обсуждаются основные проблемы, освещенные в лекциях и сформулированные в домашних заданиях;
- письменные домашние задания;
- расчетно-аналитические;
- консультации преподавателей;
- самостоятельная работа студентов, в которую входит освоение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям, выполнение указанных выше письменных заданий, работа с литературой.

2. Методы обучения с применением интерактивных форм образовательных технологий:

- интерактивные лекции.

IV. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ, ИНФОРМАЦИОННОЕ И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Рекомендуемая литература

Основная литература:

1. Власов, Ю.В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / Власов Ю.В., Рицкова Т.И. — Москва : Интуит НОУ, 2016. — 145 с. — URL: <https://book.ru/book/917548>
2. Чернова, Н.М. Введение в линейную алгебру : курс лекций / Чернова Н.М. — Москва : Интуит НОУ, 2016. — 107 с. — URL: <https://book.ru/book/917629>
3. Епихин, В.Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Теория и решение задач : учебное пособие / Епихин В.Е., Граськин С.С. — Москва : КноРус, 2016. — 608 с. — (для бакалавров). — ISBN 978-5-406-05418-5. — URL: <https://book.ru/book/919977>

Нормативно-правовые документы:

1. Национальный стандарт РФ ГОСТ Р 54869-2011

Дополнительная литература:

1. Математика для экономистов (математический анализ и линейная алгебра). Задачник : учебное пособие / Макаров С.И. под ред., Мищенко М.В. под ред. — Москва : КноРус, 2016. — 358 с. — ISBN 978-5-406-04700-2. — URL: <https://book.ru/book/918106>
2. Никитина Н.С. Высшая алгебра в примерах и задачах : учебное пособие / Никитина Н.С., Степанов А.В. — Москва : МГИМО, 2017. — 157 с. — ISBN 978-5-9228-1602-1. — URL: <https://book.ru/book/929057>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. Электронно-библиотечная система «Znanium»: <http://znanium.com>.

2. Электронно-библиотечная система «Юрайт»: <http://www.biblio-online.ru>.
3. Электронно-библиотечная система «BOOK.ru»: <http://book.ru>.
4. Электронная библиотека Издательского дома «Гребенников»: <http://grebennikon.ru/>.
5. Научная электронная библиотека «КИБЕРЛЕНИНКА»: <http://cyberleninka.ru/>.
6. Федеральный портал «Российское образование»: <http://www.edu.ru/>.
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам»: <http://window.edu.ru/>.
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов: <http://fcior.edu.ru/>.

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

№ п/п	Перечень информационных технологий, программного обеспечения, информационных справочных систем	Номера тем
1.	Пакет прикладных программ EXCEL	№№ 2, 3, 4, 5, №№ 8, 9, 10, 11, 12.

Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

Тема 1. Матрицы.

Литература: О- 1;2;3. Д- 1;2;3;4

Вопросы для самопроверки:

1. При каких условиях матрица A с элементами a_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, m_1$, $j = 1, 2, \dots, n_1$ и матрица B с элементами b_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, m_2$, $j = 1, 2, \dots, n_2$, будут равными?
2. Чему равна величина элемента c_{ij} матрицы C , которая является результатом сложения матрицы A с элементами a_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, m_1$; $j = 1, 2, \dots, n_1$ и матрицы B с элементами b_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, m_2$; $j = 1, 2, \dots, n_2$. Укажите в каких пределах при этом изменяются индексы элемента c_{ij} .
3. Чему равна величина элемента c_{ij} матрицы C , которая является результатом умножения матрицы A с элементами a_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n_1$, справа на матрицу B с элементами b_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, n_1$; $j = 1, 2, \dots, k$. Укажите в каких пределах при этом изменяются индексы элемента c_{ij} ?
4. Какие свойства операции сложения и умножения матриц совпадают со свойствами операции сложения и умножения чисел?
5. Всегда ли матрица с диагональными элементами, равными единице, является единичной матрицей?
6. Какие действия необходимо проделать с элементами данной матрицы, чтобы получить транспонированную матрицу к данной матрице?

Задания для самостоятельной работы:

1. Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 6 & -2 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$; $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

а) вычислить следующие матричные выражения:

$$A^2 + 5A - 4E, B^2 - 2A + 3E, A^3, B^4, AB, BA, AE, BE, CD.$$

б) вычислить и сравнить выражения:

$$A^2 - B^2 \text{ и } (A - B)(A + B), \\ (A - B)^2 \text{ и } A^2 - 2AB + B^2.$$

2. Укажите пару матриц второго порядка A и B таких, что $A \neq E$, $B \neq E$ и $A - B = 4E$.

Тема 2. Определители матриц.

Литература: О- 1;2;3. Д- 1;2;3;4

Вопросы для самопроверки:

1. Каждая ли матрица имеет определитель?
2. Как вычислить определитель матрицы n -го порядка?
3. Как вычислить алгебраическое дополнение и минор a_{ij} , элемента матрицы n -го порядка?
4. Перечислите основные свойства определителя матрицы.
5. Как изменится величина определителя матрицы, если матрицу умножить на число, не равное нулю?
6. Каким образом рассчитывается определитель матрицы 3-его порядка методом Саррюса?

Задания для самостоятельной работы:

1. Вычислите определители следующих матриц:

$$\begin{vmatrix} -5 & 6 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} c & 1 & 1 \\ c & 0 & 0 \\ 0 & c & -c \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 3 & 4 & 7 \\ -1 & 3 & 0 \\ 7 & 9 & 12 \end{vmatrix}.$$

2. Определить значение переменной x из уравнения:

$$\begin{vmatrix} 9 & x^2 & 4 \\ 3 & x & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Тема 3. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Литература: О- 1;2;3. Д- 1;2;3;4

Вопросы для самопроверки:

1. Каждая ли матрица имеет обратную?
2. Какая матрица называется невырожденной?
3. Что такое присоединенная матрица и какая связь с обратной матрицей?
4. В случае метода Жордано-Гаусса каким образом вычисляется обратная матрица?
5. Как изменится обратная матрица A^{-1} , если в данной матрице A :
 - а) переставить i -ую и j -ую строки?
 - б) i -ую строку умножить на число c , не равное нулю?
 - в) к i -ой строке прибавить j -ую строку умноженную на число c , или совершить аналогичное преобразование столбцов?
6. Обладает ли операция транспонирования следующим свойством:

$$(A^{-1})^T = (A^T)^{-1} ?$$

Задания для самостоятельной работы:

1. Даны матрицы A и B :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Определить обратную матрицу $(B - A)^{-1}$ двумя способами:

а) методом алгебраических дополнений

б) методом Жордано-Гаусса.

2. Найти ранг матрицы A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & -1 \\ 5 & 4 & -1 & 2 \\ 10 & 9 & -5 & 9 \end{pmatrix}$$

двумя способами:

а) методом окаймляющих миноров;

б) методом элементарных преобразований.

Тема 4. Системы линейных уравнений.

Литература: О- 1;2;3. Д- 1;2;3;4.

Вопросы для самопроверки:

1. Какие системы линейных уравнений несовместные, совместные, неопределенные, определенные, разрешенные?
2. Что утверждает теорема Кронекера-Капелли?
3. Каким образом находить решение системы линейных уравнений с помощью формул Крамера?
4. При каком условии метод Крамера не позволяет найти решение системы линейных уравнений?
5. Метод Гаусса нахождения решения системы линейных уравнений.
6. Что представляет собой матричная форма представления решения системы линейных уравнений.
7. Метод нахождения решения системы линейных уравнений с помощью обратной матрицы.

Задания для самостоятельной работы:

1. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера и матричным способом. После решения необходимо выполнить проверку:

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 8 \\ 4x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 9 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 7 \end{cases}$$

2. Решить системы линейных уравнений методом Жордано-Гаусса. Если система неопределенная, то в ответе записать одно базисное решение и одно частное отличное от базисного.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = -7 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 1 \\ 5x_1 + 18x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 12 \\ 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2 \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3 \end{cases}$$

Тема 5. Линейное векторное пространство.

Литература: О- 1;2;3. Д- 1;2;3;4.

Вопросы для самопроверки:

1. Что такое векторное или линейное пространство. Какими свойствами оно обладает? Приведите примеры векторных пространств.
2. Линейная зависимость и независимость векторов. Дайте определение n- мерного вектора.
3. Определение действий над векторами и свойства этих операций.
4. Дайте определение скалярного произведения векторов. Сформулируйте его свойства. 5. Сколько существует способов разложения любого вектора из системы векторов по векторам базиса этой системы?
6. Каким числом определяется размерность векторного пространства?

Задания для самостоятельной работы:

1. Решить уравнение $3X - 7A + 2B = 0$, где $A = (5, 3, 7)$, $B = (4, 3, 20)$.
2. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = (2, -3, 1, 5, 0)$, $\vec{b} = (3, 4, 5, 2, 6)$.
3. Установить линейную зависимость векторов:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 23 \\ -10 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

1. В базисе

$$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

заданы векторы:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Установить составляют ли они базис.

2. Если составляют базис, то
 - а) найти связь между новым и старым базисом;
 - б) найти компоненты вектора $\vec{p} = (2, -5, 4)$ в новом базисе.

Тема 6. Линейные операторы.

Литература: О- 1;2;3. Д- 1;2;3;4.

Вопросы для самопроверки:

1. Какие операторы называются линейными?
2. Каким образом определяется характеристический многочлен?
3. Что такое характеристическое уравнение?
4. Метод Фаддеева нахождения коэффициентов характеристического уравнения.
5. Что такое собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей? Каким образом их вычислять?

Задания для самостоятельной работы:

1. Линейный оператор \tilde{A} задан матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

- а) найти характеристический многочлен линейного оператора;
 - б) показать, что квадратная матрица является корнем своего характеристического многочлена (теорема Гамильтона-Кэли).

2. Линейный оператор \tilde{A} задан матрицей вида

$$A = \begin{pmatrix} 14 & -4 & 0 \\ -4 & 12 & -4 \\ 0 & -4 & 10 \end{pmatrix}$$

Найти

- а) собственные значения,
 - б) собственные векторы линейного оператора.

Тема 7. Квадратичные формы.

Литература: О- 1;2;3. Д- 1;2;3;4.

Вопросы для самопроверки:

1. В каком случае алгебраическое выражение называется квадратичной формой?
2. Когда квадратичная форма является правильной?
3. Каким образом квадратичную форму можно представить в виде скалярного произведения?
4. В каком случае квадратичная форма является канонической?
5. Что такое положительно и отрицательно определенные квадратичные формы?
6. Критерий Сильвестера положительной и отрицательной определенности квадратичной формы?

Задания для самостоятельной работы:

1. Найти для квадратичной формы стандартный вид в области вещественных чисел

$$x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3 .$$

2. Привести для квадратичной формы матрицу и записать ее в матричном представлении

$$2x_1^2 + 3x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 - x_1x_3 + 4x_2x_3 .$$

3. Представить квадратичную форму в виде скалярного произведения

$$x_1^2 - 3x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 6x_2x_3 .$$

4. Привести квадратичную форму к каноническому виду с целыми коэффициентами

$$2x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 3x_2x_3 .$$

5. Найти все значения параметра λ , при которых квадратичная форма положительно определенная

$$5x_1^2 + x_2^2 + \lambda x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3 .$$

Тема 8. Линейные задачи оптимизации.

Литература: О- 1;2;3. Д- 1;2;3;4.

Вопросы для самопроверки:

1. Опишите общую и каноническую задачу линейного программирования.
2. Дайте определение допустимого и оптимального решения задачи линейного программирования.
3. Как понимать высказывание: «решить задачу линейного программирования»?
4. Какие действия с целевой функцией не влияют на результат решения задачи линейного программирования?
5. Дайте содержательную и математическую постановку задачи планирования работы предприятия.
6. Дайте содержательную и математическую постановку задачи планирования рационального питания.
7. Дайте содержательную постановку задачи планирования транспортных перевозок.

Тема 9. Графический метод.

Литература: О- 1;2;3. Д- 1;2;3;4.

Вопросы для самопроверки:

1. Какие из множеств $[a, b]$, (a, b) , $(b, +\infty)$, $(-\infty, a)$ являются замкнутыми?
2. Какие из множеств п.1 являются ограниченными?
3. Напишите формулу для нахождения расстояния от начала координат до прямой линии, заданной уравнением $Ax + By + C = 0$.
4. Когда прямая линия является опорной к некоторому множеству?
5. Задачи линейного программирования, какой размерности можно решать графическим методом?
6. Опишите последовательность решения задачи линейного программирования с m переменными и n ограничениями в виде линейных уравнений, если $1 \leq n - m \leq 2$.

Задания для самостоятельной работы:

Решить графически:

- 1.

$$f(x) = -x_1 - x_2 - x_3 \quad (\min)$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3 \end{cases}$$

2.

$$f(x) = 2x_1 + x_2 - x_4 \quad (\max)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$$

Тема 10. Свойства решений задачи линейного программирования. Теория двойственности.

Литература: О- 1;2;3. Д- 1;2;3;4.

Вопросы для самопроверки:

1. Выпишите в координатной форме j -й вектор условий канонической задачи линейного программирования.
2. Дайте определение опорного решения канонической задачи линейного программирования.
3. Сформулируйте теорему о существовании опорного решения.
4. Дайте определение базиса опорного решения.
5. Сколько базисов системы векторов условий канонической задачи линейного программирования может соответствовать опорному решению?
6. Сколько ненулевых координат может иметь опорное решение?
7. Какое максимальное количество базисов системы векторов условий может соответствовать невырожденному опорному решению?

Задания для самостоятельной работы:

1. Дана система условий канонической задачи линейного программирования и векторы a_k . Выяснить, являются ли эти векторы опорными решениями данной задачи:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4 \end{cases} .$$

2. Образуют ли векторы $A_1, A_2, A_3, \dots, A_r$ базис опорного решения α для системы условий канонической задачи линейного программирования:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4 \end{cases} .$$

$$\alpha = (1; 0; 0; 1); A_1, A_4; A_2, A_4.$$

3. Найти все базисы данного опорного решения:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4 \end{cases} .$$

$$\alpha = (1; 0; 0; 1)$$

4. Является ли базис системы векторов условий данной канонической задачи линейного программирования базисом некоторого опорного решения этой задачи?

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ -x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3 \end{cases}$$

A_2, A_3

5. Найти все опорные решения для системы условий канонической задачи линейного программирования:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$$

Тема 11. Метод искусственного базиса

Литература: О- 1;2;3. Д- 1;2;3;4.

Вопросы для самопроверки:

1. Записать искусственную задачу для данной канонической задачи линейного программирования.
2. Когда искусственная каноническая задача линейного программирования имеет оптимальное решение?
3. При каком решении искусственной канонической задачи линейного программирования исходная задача имеет опорное решение?
4. При каком решении искусственной канонической задачи линейного программирования исходная задача не имеет решений?
5. При каких условиях число искусственных переменных меньше, чем число уравнений в исходной задаче?

Задания для самостоятельной работы:

1. Найти опорное решение, используя метод искусственного базиса, для следующих задач линейного программирования:

$$\begin{aligned} f(X) = & x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 \quad (\min), \\ & \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 2, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 5, \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4 \end{cases} \end{aligned}$$

2. Решить задачи:

а)

$$\begin{aligned} f(X) = & \begin{cases} x_1 - 5x_2 - x_3 + x_4 \quad (\max). \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 + 3x_3 - x_4 = 4, \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4. \end{cases} \end{aligned}$$

б)

$$\begin{aligned} f(X) = & \begin{cases} 2x_1 + 8x_2 + x_3 - 2x_4 \quad (\min). \\ x_1 + 2x_3 = 6, \\ x_2 - x_3 + x_4 = 5, \\ 6x_2 + x_3 = 9, \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Тема 12. Симплексный метод.

Литература: О- 1;2;3. Д- 1;2;3;4.

Вопросы для самопроверки:

1. Как получить симплекс таблицу системы векторов условий канонической задачи линейного программирования?
2. Чему соответствуют элементы столбца ограничений В симплекс таблицы, приведенной к базису опорного решения?
3. Какова величина оценок векторов базиса опорного решения в соответствующей симплекс таблице? Какова величина оценки столбца ограничений В симплекс таблицы, приведенной к базису опорного решения?
4. Сформулируйте теорему о достаточном условии оптимальности опорного решения. Сформулируйте теорему о неограниченности целевой функции канонической задачи линейного программирования на минимум.
5. Если все оценки векторов условий в симплекс таблице оказались неположительными, то каковы последующие действия при решении канонической задачи линейного программирования на минимум симплекс методом?
6. В симплекс таблице среди оценок векторов условий КЗЛП имеется положительная. Каковы последующие действия при решении канонической задачи линейного программирования на минимум симплекс методом?
7. Каков критерий выбора разрешающего элемента для перехода к новому опорному решению?
8. Какой критерий на каждом шаге симплекс метода используется для ускорения процесса нахождения оптимального решения?
9. Каков результат перехода от одной симплекс таблицы к другой, если элемент столбца В, стоящий в одной строке с разрешающим элементом, равен нулю?
10. Запишите выражение для любого оптимального решения, если при решении КЗЛП два опорных решения оказались оптимальными?

Задания для самостоятельной работы:

1. Доказать, что опорное решение α является оптимальным решением для данной КЗЛП

$$f(x) = x_1 - 2x_2 + x_3 \quad (\min)$$
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 2 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3 \end{cases}$$

$$\alpha = (1; 1; 0)$$

2. Используя опорное решение α данной КЗЛП, доказать неограниченность ее целевой функции.

$$f(x) = -x_1 - x_2 - x_3 \quad (\min)$$
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3 \end{cases}$$

$$\alpha = (0; 1; 3)$$

3. Найти оптимальное решение канонической задачи линейного программирования при заданном опорном решении:

1.

$$f(x) = x_1 + 2x_2 - x_3 \quad (\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = -1 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3 \end{cases}$$

$$\alpha = (1; 1; 0)$$

2.

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 \quad (\max) \\ \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 4 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\alpha = (0; 0; 1; 1)$$

3.

$$\begin{aligned} f(x) &= x_1 + x_2 + 13x_3 + x_5 + 3x_6 \quad (\min) \\ \begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 - 9x_4 - 4x_5 + 5x_6 = -5 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 - x_5 + 2x_6 = 4 \\ x_3 + 8x_4 + 2x_5 - 2x_6 = 6 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\alpha = (4; 3; 6; 0; 0; 0)$$

Тема 13. Транспортная задача

Литература: О- 1;2;3. Д- 1;2;3;4.

Вопросы для самопроверки:

1. Сформулируйте содержательную и математическую постановку транспортной задачи линейного программирования.
2. Чем характерна матрица условий транспортной задачи и какова размерность этой матрицы?
3. Как связаны между собой матрица условий транспортной задачи и транспортная таблица?
4. Какова связь между ациклическим набором клеток транспортной таблицы и соответствующей системой векторов условий транспортной задачи?
5. Какие векторы системы векторов условий транспортной задачи образуют ее базис, и каков ранг этой системы векторов?
6. Дайте определение опорного решения транспортной задачи.
7. Опишите метод минимальной стоимости для нахождения первоначального опорного решения транспортной задачи линейного программирования.
8. Опишите алгоритм метода потенциалов для нахождения оптимального решения транспортной задачи линейного программирования.

Задания для самостоятельной работы:

Найдите оптимальное решение транспортной задачи линейного программирования, заданной транспортной таблицей:

2	1	3	40
1	4	2	20
4	2	1	40
1	5	3	20
30	60	30	a_i b_j

9	5	3	10	25
6	3	3	2	55
3	8	4	8	20
				a_i
45	15	20	20	b_j

Тема 14. Целочисленное и нелинейное программирование

Литература: О- 1;2;3. Д- 1;2;3;4.

Вопросы для самопроверки:

1. Составление дополнительных ограничений при решении целочисленной задачи.
2. Дайте содержательную и математическую постановку задачи Марковица.
3. Сформулируйте общую задачу выпуклого квадратичного программирования.
4. Дайте определение выпуклой функции и выпуклого множества.
5. Теорема о существовании опорного решения системы линейных уравнений с неотрицательными переменными при наличии допустимого решения.
6. Выпишите функцию Лагранжа для задачи выпуклого квадратичного программирования.
7. Опишите процесс нахождения решения задачи выпуклого квадратичного программирования с использованием теоремы Куна-Таккера.

Задания для самостоятельной работы:

1. Решить задачу линейного программирования:

$$f(X) = x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 \text{ (max)},$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 15, \\ 2x_1 + 3x_3 + x_4 = 8, \\ x_j \geq 0, \quad x_j \text{ — целые числа, } j=1, 2, 3, 4. \end{cases}$$

2. Найти глобальный минимум целевой функции $f(X)$ на множестве, заданном системой неравенств:

$$f(X) = -8x_1 - 7x_2 - 5x_3 + 2x_1 x_2 + x_1^2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 + 2x_2^2 + 2x_3^2,$$
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 2, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0. \end{cases}$$

Тема 15. Элементы теории игр.

Литература: О- 1;2;3. Д- 1;2;3;4.

Вопросы для самопроверки:

1. Сформулируйте математическую постановку бескоалиционной игры.
2. В чем отличие биматричной игры от матричной игры?
3. В какой матричной игре необходимо вводить понятие смешанных стратегий?
4. Дайте определение седловой точки в матричной игре и поясните ее использование для решения игры.
5. Как решение матричной игры сводится к решению задачи линейного математического программирования?
6. Какой размерности должна быть матричная игра, чтоб ее можно было решить геометрически?

Задания для самостоятельной работы:

1. Каждый из 3-х игроков независимо друг от друга выбирает число 0 или 1. Если выбор всех игроков одинаков, то каждый получает по 1\$. В противном случае игрок, выбравший не то число, которое выбрали 2-а других игрока, выплачивает каждому из них по 1\$. Найти множество стратегий игроков, множество всех ситуаций в игре, функцию выигрыша.
2. В биматричной игре платежные матрицы имеют вид

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 4 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Найти ситуацию равновесия.

3. Существует ли ситуация равновесия в матричной игре с матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Вероятности появления возможных состояний природы – 0,33; 0,44; 0,23. Матрица выигрыша в игре с природой имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 4 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Найти оптимальную стратегию 1-го игрока если возможные состояния природы не определены. Построить матрицу риска. Найти оптимальную стратегию 1-го игрока, используя критерии Бейеса, Вальда, Сэвиджа, Гурвица ($t=0$).

Материально-техническое обеспечение дисциплины

- Операционная система Microsoft Windows: 7, 8, 10 Pro;
- Антивирусное ПО Microsoft Security Essentials для ПК;
- Пакет прикладных программ Microsoft Office: 2007, 2010, 2013, 2016 (MS Word, MS Excel, MS Power Point, MS Access), Office 365 Business;
- Google Chrome
- Adobe Flash Player/ Adobe Reader DC
- Архиватор WinRar
- Архиватор 7zip

V. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Наименование разделов и тем	Контактные часы					Часы в электронной форме обучения	Самостоятельная работа		Формы текущего/рубежного контроля
		Аудиторные часы						Формы	часы	
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Всего ауд.	в том числе интерактивные				

						Формы	часы	Лекции	практические занятия			
1	Тема 1 Матрицы	1	1	0	2					Лит., П.з.	4	проверка письм.дом. задания
2	Тема 2 Определители матриц	1	1	0	2					Лит., П.з.	4	проверка письм.дом. задания
3	Тема3 Обратная матрица. Ранг матрицы.	2	2	0	4					Лит., подго товка к тестам	4	проверка письм.дом. задания
4	Тема 4 Системы линейных уравнений.	2	4	0	6	И.л.	2			Лит., П.з.	4	проверка письм.дом. задания тест
5	Тема5 Линейное векторное пространство.	1	1	0	3					Лит., П.з.	4	проверка письм.дом. задания
6	Тема 6 Линейные операторы.	1	2	0	4					Лит., П.з.	4	проверка письм.дом. задания
7	Тема 7 Квадратичные формы.	2	2	0	4					Лит., П.з.	4	проверка письм.дом. задания
8	Тема 8 Линейные задачи оптимизации.	2	2	0	4					П.з. Лит.	4	проверка письм.дом. задания
9	Тема 9 Графический метод.	2	2	0	4					П.з. Лит	6	проверка письм.дом. задания
10	Тема 10 Свойства решений задачи линейного программирования Теория двойственности.	2	2	0	4					Р. а. з. Лит	4	проверка рас.-ан. задания
11	Тема 11 Метод искусственного базиса	2	2	0	4							
12	Тема 12 Симплексный метод.	2	2	0	4					Р. а. з. Лит	6	проверка рас.-ан. задания
13	Тема 13 Транспортная задача	2	2	0	4					Р. а. з. Лит	6	проверка рас.-ан. задания
14	Тема 14 Целочисленное и нелинейное программирование	1	2	0	3							
15	Тема 15 Элементы теории игр	1	2	0	3							
Итого:		24	28	0	52						56	
											32	ЭКЗАМЕН
Всего по дисциплине		24	28	0	52		2				88	144

№ п/п	Сокращение	Вид работы
1.	Лит	Работа с литературой
2.	П.з.	Письменное домашнее задание
3.	Р.а.з.	Расчетно-аналитическое задание

4.	И.л.	Интерактивная лекция
----	------	----------------------

VI. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Оценочные средства по дисциплине разработаны в соответствии с Положением о фонде оценочных средств в ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г.В.Плеханова».

(Фонд оценочных средств хранится на кафедре, обеспечивающей преподавание данной дисциплины)

6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы (см. таблицу раздела II)

6.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания (см. таблицу раздела II и раздел VIII)

6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Курсовая работа по дисциплине «Линейная алгебра» не предусмотрена.

• Вопросы к экзамену

1. Матрицы. Линейные операции над ними. Умножение матриц.
2. Определитель. Минор. Алгебраическое дополнение.
3. Понятие о линейном алгебраическом уравнении, его решении. Системы линейных уравнений, их классификация по количеству решений. Векторная и матричная формы записи систем линейных уравнений.
4. Разрешенная система уравнений. Общее, частное и базисное решения. Эквивалентные преобразования систем линейных уравнений.
5. Преобразование Жордана систем линейных уравнений.
6. Метод Жордана-Гаусса решения систем линейных уравнений.
7. Теорема о решении однородной системы линейных уравнений.
8. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
9. Базис системы векторов. Единственность разложения вектора по базису. Теорема о единичном базисе.
10. Теорема о числе векторов, входящих в базис. Ранг системы векторов.
11. Теорема о двух системах векторов, которым соответствуют равносильные системы уравнений. Алгоритм нахождения базиса.
12. Базис как максимальная линейно независимая подсистема векторов. N- мерное векторное пространство.
13. Обратная матрица, алгоритм ее нахождения. Необходимые и достаточные условия существования обратной матрицы. Решение матричных уравнений.
14. Применение определителей для решения систем линейных уравнений. Формулы Крамера.
15. Квадратичная форма: её стандартный вид; изменение при невырожденном линейном преобразовании; канонический вид. Знакоопределённая квадратичная форма.
16. Предмет математического программирования. Математическая модель экономической задачи. Общая задача математического программирования.
17. Примеры составления математических моделей задач линейного программирования. Задача об использовании ресурсов. Задача о рационе.

18. Различные формы записи задач линейного программирования.
19. Приведение общей задачи линейного программирования к каноническому виду.
20. Решение линейных неравенств. Графический метод решения задач линейного программирования с двумя переменными.
21. Графический метод решения задачи линейного программирования с n переменными.
22. Теорема об экстремуме целевой функции задачи линейного программирования.
23. Теорема о существовании опорного решения.
24. Базис опорного решения и теорема о существовании базиса опорного решения.
25. Базис невырожденного и вырожденного опорного решения.
26. Связь между базисом системы векторов условий канонической задачи и базисом опорного решения. Конечность числа опорных решений.
27. Теорема об оптимальных решениях канонической задачи.
28. Свойства симплексной таблицы.
29. Достаточное условие оптимальности опорного решения канонической задачи.
30. Теорема о неограниченности целевой функции.
31. Решение симплексным методом канонической задачи линейного программирования.
32. Теорема о разрешимости канонической задачи.
33. Искусственная задача линейного программирования и ее свойства.
34. Теорема о методе искусственного базиса решения задач линейного программирования.
35. Двойственные задачи линейного программирования, пример их составления. Правило составления двойственной задачи. Симметричные и несимметричные пары двойственных задач.
36. Первая теорема двойственности.
37. Вторая теорема двойственности.
38. Экономическая интерпретация двойственности в линейном программировании.
39. Транспортная задача линейного программирования: содержательная и математическая постановка.
40. Необходимое и достаточное условия разрешимости транспортной задачи.
41. Свойство системы ограничений транспортной задачи. Взаимосвязь линейной зависимости векторов условий и циклов.
42. Опорное решение транспортной задачи, методы его построения.
43. Цикл перехода от одного опорного решения к другому. Теорема о существовании и единственности цикла.
44. Признак оптимальности опорного решения транспортной задачи.
45. Алгоритм метода потенциалов решения транспортной задачи. Особенности решения транспортной задачи с неправильным балансом.
46. Транспортная задача с ограничениями. Использование транспортной задачи для решения других экономических задач.

пример экзаменационного билета в Приложении 1

- **Тестовые задания**

1. Произведение двух матриц $A \cdot B$ (где матрица A размера $m_1 \times n_1$, а матрица B размера $m_2 \times n_2$) имеет смысл, если:
 - А) $m_1 = n_1 = m_2 = n_2$;
 - В) в результате получится матрица размера $m_2 \times n_1$;
 - С) в результате получится матрица размера $m_2 \times n_2$;
 - Д) перемножаются любые две матрицы.

2. **Определитель квадратной матрицы** чисел отличен от нуля, если:
- А) имеет две одинаковые строки;
 - В) имеет строку, все элементы которой равны нулю;
 - С) набор из любых столбцов матрицы нельзя представить в виде линейной комбинации, равной нулевому вектору;
 - Д) одна из строк матрицы является линейной комбинацией двух других строк.
3. Система из m **линейных уравнений** с n неизвестными называется однородной, если:
- А) в общем решении этой системы нет свободных неизвестных;
 - В) в любом уравнении свободные элементы равны нулю;
 - С) в любом уравнении только по одной разрешенной неизвестной;
 - Д) найдется уравнение, в котором свободный элемент равен нулю.
4. Система из n **векторов** размерности m называется линейно зависимой, если соответствующая однородная система из m линейных уравнений с n неизвестными:
- А) имеет хотя бы одно противоречивое уравнение;
 - В) не имеет тривиальных уравнений;
 - С) является разрешенной;
 - Д) имеет хотя бы одно ненулевое решение.
5. Количество способов **разложения любого вектора** из системы векторов по векторам базиса этой системы равно:
- А) бесконечно большому числу;
 - В) числу векторов системы, не вошедших в базис;
 - С) одному;
 - Д) числу векторов в данной системе.
6. Для решения **графическим методом** канонической задачи линейного программирования с матрицей условий, содержащей m строк и n столбцов, достаточно, чтобы:
- А) $m = n$;
 - В) $m > n$;
 - С) m и n –любые числа;
 - Д) нет верного утверждения.
7. Число ненулевых координат **любого** опорного решения канонической задачи линейного программирования:
- А) не превышает ранга системы векторов условий данной задачи;
 - В) всегда равно рангу системы векторов условий данной задачи;
 - С) совпадает с общим числом координат данного решения;
 - Д) нет верного утверждения.
8. Количество **базисов опорного решения** канонической задачи линейного программирования может быть:
- А) ни одного;
 - В) столько же, сколько их у системы условий данной задачи;
 - С) равно рангу системы векторов условий данной задачи;
 - Д) нет верного утверждения.
9. В первой части **теоремы о методе искусственного базиса** утверждается, что если в оптимальном решении искусственной задачи линейного программирования $\beta = (\alpha_1, \dots, \alpha_n, \alpha_{n+1}, \dots, \alpha_{n+m})$ все последние m координат равны нулю, то первые n координат:
- А) образуют опорное решение исходной задачи;
 - В) также равны нулю;
 - С) образуют допустимое решение исходной задачи;
 - Д) меньше нуля.

10. Пусть $\alpha^0=(x_1^0, \dots, x_j^0, \dots, x_n^0)$, $\gamma=(\gamma_1, \dots, \gamma_j, \dots, \gamma_n)$ и $b=(b_1, \dots, b_i, \dots, b_m)$ есть, соответственно, допустимое решение, коэффициенты целевой функции и вектор ограничений исходной задачи линейного программирования на максимум, а $\beta^0=(y_1^0, \dots, y_i^0, \dots, y_m^0)$ - допустимое решение взаимно двойственной задачи линейного программирования. Тогда **вторая теорема двойственности** утверждает, что для того, чтобы решения α^0 и β^0 были оптимальными решениями необходимо и достаточно выполнение для всех i и j следующих соотношений:

$$A) x_j^0 \left(\sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^0 - \gamma_j \right) > 0, y_i^0 \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^0 - b_i \right) < 0; \quad B) x_j^0 \left(\sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^0 - \gamma_j \right) = 0, y_i^0 \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^0 - b_i \right) < 0;$$

$$C) x_j^0 \left(\sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^0 - \gamma_j \right) < 0, y_i^0 \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^0 - b_i \right) < 0; \quad D) \text{ нет верного утверждения.}$$

VII. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Положение об интерактивных формах обучения (<http://www.rea.ru>)

Положение об организации самостоятельной работы студентов (<http://www.rea.ru>)

Положение о курсовых работах (<http://www.rea.ru>)

Положение о рейтинговой системе оценки успеваемости и качества знаний студентов (<http://www.rea.ru>)

Положение об учебно-исследовательской работе студентов в ФГБОУ ВО "РЭУ им. Г.В. Плеханова" (<http://www.rea.ru>)

вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекция	<i>Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометить важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии. Уделить внимание следующим понятиям (перечисление понятий) и др.</i>
Практические занятия	<i>Проработка рабочей программы, уделяя особое внимание целям и задачам, структуре и содержанию дисциплины. Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Решение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму и др.</i>

VIII. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Формирование балльной оценки по дисциплине «Линейная алгебра»

В соответствии с «Положением о рейтинговой системе оценки успеваемости и качества знаний студентов в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова» распределение баллов, формирующих рейтинговую оценку работы студента, осуществляется следующим образом:

Форма контроля	Максимальное количество баллов
Выполнение учебных заданий на аудиторных занятиях	20
Текущий и рубежный контроль	20
Творческий рейтинг	20
Промежуточная аттестация (зачет с оценкой)	40
ИТОГО	100

1. Текущий и рубежный контроль

Форма контроля	Наименование раздела/ темы, выносимых на контроль	Форма проведения контроля (тест, контр. работа и др. виды контроля в соответствии с Положением)	Количество баллов, максимально
1. Текущий и рубежный контроль	Матрицы и векторы. Определители. Системы линейных уравнений.	Письменная домашняя работа	1,5
	Квадратичные формы. Системы векторов. Линейные операторы.	Письменная контрольная работа	3,0
	Линейные задачи оптимизации. Графический метод	Письменная домашняя работа	1,5
	Матрицы и векторы. Определители. Системы линейных уравнений. Квадратичные формы. Системы векторов Системы линейных уравнений	Тест	4,0
	Основные свойства решений задачи линейного программирования.	Письменная домашняя работа	1,5
	Алгоритм симплексного метода Транспортная задача	Письменная домашняя работа	1,5
	Теория двойственности. Транспортная задача	Письменная контрольная работа	3
	Задачи линейного программирования. Симплексный метод. Теория двойственности. Транспортная задача.	Тест	4
Всего			20

2. Творческий рейтинг

Распределение баллов осуществляется по решению методической комиссии кафедры и результат распределения баллов за соответствующие виды работ представляются в виде следующей таблицы:

в 2 семестре:

Наименование раздела/ темы дисциплины	Вид работы	Количество баллов
Основные свойства решений задачи линейного программирования. Алгоритм симплексного метода	выполнение расчетно-аналитического задания	10
Теория двойственности. Транспортная задача	выполнение расчетно-аналитического задания	10
ИТОГО		20

3. Промежуточная аттестация

Экзамен по результатам изучения учебной дисциплины «Линейная алгебра» в 2 семестре осуществляется по экзаменационным билетам, включающим 2 теоретических вопроса, один (выделенный курсивом) из которых с доказательством, и одна задача. Оценка по результатам экзамена выставляется по следующим критериям:

- правильный ответ на первый вопрос – 10 б.;
- правильный ответ на второй вопрос – 20 б.;
- правильное решение задачи – 10 б.;

В случае частично правильного ответа на вопрос или решение задачи, студенту начисляется определяемое преподавателем количество баллов.

Итоговый балл формируется суммированием баллов за промежуточную аттестацию и баллов, набранных перед аттестацией. Приведение суммарной балльной оценки к четырех балльной шкале производится следующим образом:

Показатели и критерии оценивания планируемых результатов освоения компетенций и результатов обучения, шкала оценивания

100-балльная система оценки	Традиционная четырехбалльная система оценки	Формируемые компетенции (индикаторы компетенций)	Критерии оценивания
85 – 100 баллов	«отлично»	ОК-7	<p>Знает верно и в полном объеме:</p> <ul style="list-style-type: none"> - пути и средства профессионального самосовершенствования: профессиональные форумы, конференции, семинары, тренинги, повышение квалификации, магистратура, аспирантура; - систему категорий и методов, направленных на формирование аналитического и логического мышления; - закономерности профессионально-творческого и культурно-нравственного развития. <p>Умеет верно и в полном объеме:</p> <ul style="list-style-type: none"> - анализировать информационные источники (сайты, форумы, периодические издания); - анализировать культурную, профессиональную и личностную информацию и использовать ее для повышения своей квалификации и личностных качеств. <p>Владеет навыками верно и в полном объеме:</p> <ul style="list-style-type: none"> -навыками организации самообразования, технологиями приобретения, использования и обновления социально-культурных, психологических, профессиональных знаний.
		ОПК-2	<p>Знает верно и в полном объеме:</p> <ul style="list-style-type: none"> -процесс сбора финансово-экономической, статистической и бухгалтерской информации; -возможность обработки собранной информации при помощи информационных технологий и различных финансово-бухгалтерских программ: - варианты финансово-экономического анализа при решении вопросов профессиональной деятельности.. <p>Умеет верно и в полном объеме:</p> <ul style="list-style-type: none"> -определять ценность сбора, анализа и обработки собранной финансово-экономической информации; -соотносить собираемость информации на определенную дату и проводя анализ данных

		<p>использовать различные методы статистической обработки;</p> <ul style="list-style-type: none"> -анализировать многообразие собранных данных и приводить их к определенному результату для обоснования экономического роста; - оценивать роль собранных данных для расчета каждого экономического показателя. <p>Владеет навыками верно и в полном объеме:</p> <ul style="list-style-type: none"> -навыками статистического, сравнительно-финансового анализа для определения места профессиональной деятельности в экономической парадигме; -приемами анализа сложных социально-экономических показателей; -навыками составления пояснения и объяснения изменения показателей, после проведенного сбора и анализа данных.
	ПК-1	<p>Знает верно и в полном объеме:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные экономические и социально-экономические показатели, применяемые для характеристики хозяйствующего субъекта экономики; - основные варианты расчетов экономических показателей; - показатели, характеризующие рост производительности труда и рост заработной платы предприятий в рыночной экономике. <p>Умеет верно и в полном объеме:</p> <ul style="list-style-type: none"> - проводить обоснование правильности выбора сбора экономических и социально-экономических показателей; - анализировать экономические и социально-экономические показатели; - системно анализировать социально-экономические показатели; - делать выводы и обосновывать полученные конечные результаты; - подготовить после анализа экономических и социально-экономических показателей доклад, статью, курсовую работу, выпускную квалификационную работу, презентацию и т.д.. - пользоваться основными выводами при написании и опубликовании статьи и доклада.

			<p>Владеет навыками верно и в полном объеме:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками работы с аналитическими данными, полученными при обосновании деятельности хозяйствующего субъекта; - экономическими основами профессиональной деятельности.
70 – 84 баллов	«хорошо»	ОК-7	<p>Знает с незначительными замечаниями:</p> <ul style="list-style-type: none"> - пути и средства профессионального самосовершенствования: профессиональные форумы, конференции, семинары, тренинги, повышение квалификации, магистратура, аспирантура; - систему категорий и методов, направленных на формирование аналитического и логического мышления; - закономерности профессионально-творческого и культурно-нравственного развития. <p>Умеет с незначительными замечаниями:</p> <ul style="list-style-type: none"> - анализировать информационные источники (сайты, форумы, периодические издания); - анализировать культурную, профессиональную и личностную информацию и использовать ее для повышения своей квалификации и личностных качеств. <p>Владеет навыками с незначительными замечаниями:</p> <ul style="list-style-type: none"> -навыками организации самообразования, технологиями приобретения, использования и обновления социально-культурных, психологических, профессиональных знаний.
		ОПК-2	<p>Знает с незначительными замечаниями:</p> <ul style="list-style-type: none"> -процесс сбора финансово-экономической, статистической и бухгалтерской информации; -возможность обработки собранной информации при помощи информационных технологий и различных финансово-бухгалтерских программ: - варианты финансово-экономического анализа при решении вопросов профессиональной деятельности.. <p>Умеет с незначительными замечаниями:</p> <ul style="list-style-type: none"> -определять ценность сбора, анализа и обработки собранной финансово-экономической информации;

		<p>-соотносить собираемость информации на определенную дату и проводя анализ данных использовать различные методы статистической обработки;</p> <p>-анализировать многообразие собранных данных и приводить их к определенному результату для обоснования экономического роста;</p> <p>- оценивать роль собранных данных для расчета каждого экономического показателя.</p> <p>Владеет навыками с незначительными замечаниями:</p> <p>-навыками статистического, сравнительно-финансового анализа для определения места профессиональной деятельности в экономической парадигме;</p> <p>-приемами анализа сложных социально-экономических показателей;</p> <p>-навыками составления пояснения и объяснения изменения показателей, после проведенного сбора и анализа данных.</p>
	ПК-1	<p>Знает с незначительными замечаниями:</p> <p>- основные экономические и социально-экономические показатели, применяемые для характеристики хозяйствующего субъекта экономики;</p> <p>- основные варианты расчетов экономических показателей;</p> <p>- показатели, характеризующие рост производительности труда и рост заработной платы предприятий в рыночной экономике.</p> <p>Умеет с незначительными замечаниями:</p> <p>- проводить обоснование правильности выбора сбора экономических и социально-экономических показателей;</p> <p>- анализировать экономические и социально-экономические показатели;</p> <p>- системно анализировать социально-экономические показатели;</p> <p>- делать выводы и обосновывать полученные конечные результаты;</p> <p>- подготовить после анализа экономических и социально-экономических показателей доклад, статью, курсовую работу, выпускную квалификационную работу, презентацию и т.д..</p>

			<p>- пользоваться основными выводами при написании и опубликовании статьи и доклада.</p> <p>Владеет навыками с незначительными замечаниями:</p> <p>- навыками работы с аналитическими данными, полученными при обосновании деятельности хозяйствующего субъекта;</p> <p>- экономическими основами профессиональной деятельности.</p>
50 – 69 баллов	«удовлетворительно»	ОК-7	<p>Знает на базовом уровне, с ошибками:</p> <p>- пути и средства профессионального самосовершенствования: профессиональные форумы, конференции, семинары, тренинги, повышение квалификации, магистратура, аспирантура;</p> <p>- систему категорий и методов, направленных на формирование аналитического и логического мышления;</p> <p>- закономерности профессионально-творческого и культурно-нравственного развития.</p> <p>Умеет на базовом уровне, с ошибками:</p> <p>- анализировать информационные источники (сайты, форумы, периодические издания);</p> <p>- анализировать культурную, профессиональную и личностную информацию и использовать ее для повышения своей квалификации и личностных качеств.</p> <p>Владеет на базовом уровне, с ошибками:</p> <p>-навыками организации самообразования, технологиями приобретения, использования и обновления социально-культурных, психологических, профессиональных знаний.</p>
		ОПК-2	<p>Знает на базовом уровне, с ошибками:</p> <p>-процесс сбора финансово-экономической, статистической и бухгалтерской информации;</p> <p>-возможность обработки собранной информации при помощи информационных технологий и различных финансово-бухгалтерских программ:</p> <p>- варианты финансово-экономического анализа при решении вопросов профессиональной деятельности..</p> <p>Умеет на базовом уровне, с ошибками:</p>

		<ul style="list-style-type: none"> -определять ценность сбора, анализа и обработки собранной финансово-экономической информации; -соотносить собираемость информации на определенную дату и проводя анализ данных использовать различные методы статистической обработки; -анализировать многообразие собранных данных и приводить их к определенному результату для обоснования экономического роста; - оценивать роль собранных данных для расчета каждого экономического показателя <p>Владеет на базовом уровне, с ошибками:</p> <ul style="list-style-type: none"> -навыками статистического, сравнительно-финансового анализа для определения места профессиональной деятельности в экономической парадигме; -приемами анализа сложных социально-экономических показателей; -навыками составления пояснения и объяснения изменения показателей, после проведенного сбора и анализа данных.
	ПК-1	<p>Знает на базовом уровне, с ошибками:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные экономические и социально-экономические показатели, применяемые для характеристики хозяйствующего субъекта экономики; - основные варианты расчетов экономических показателей; - показатели, характеризующие рост производительности труда и рост заработной платы предприятий в рыночной экономике. <p>Умеет на базовом уровне, с ошибками:</p> <ul style="list-style-type: none"> - проводить обоснование правильности выбора сбора экономических и социально-экономических показателей; - анализировать экономические и социально-экономические показатели; - системно анализировать социально-экономические показатели; - делать выводы и обосновывать полученные конечные результаты; - подготовить после анализа экономических и социально-экономических показателей доклад, статью, курсовую работу, выпускную квалификационную работу, презентацию и т.д..

			<p>- пользоваться основными выводами при написании и опубликовании статьи и доклада.</p> <p>Владеет на базовом уровне, с ошибками:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками работы с аналитическими данными, полученными при обосновании деятельности хозяйствующего субъекта; - экономическими основами профессиональной деятельности.
менее 50 баллов	«неудовлетворительно»	ОК-7	<p>Не знает на базовом уровне:</p> <ul style="list-style-type: none"> - пути и средства профессионального самосовершенствования: профессиональные форумы, конференции, семинары, тренинги, повышение квалификации, магистратура, аспирантура; - систему категорий и методов, направленных на формирование аналитического и логического мышления; - закономерности профессионально-творческого и культурно-нравственного развития. <p>Не умеет на базовом уровне:</p> <ul style="list-style-type: none"> - анализировать информационные источники (сайты, форумы, периодические издания); - анализировать культурную, профессиональную и личностную информацию и использовать ее для повышения своей квалификации и личностных качеств. <p>Не владеет на базовом уровне:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками организации самообразования, технологиями приобретения, использования и обновления социально-культурных, психологических, профессиональных знаний.
		ОПК-2	<p>Не знает на базовом уровне:</p> <ul style="list-style-type: none"> - процесс сбора финансово-экономической, статистической и бухгалтерской информации; - возможность обработки собранной информации при помощи информационных технологий и различных финансово-бухгалтерских программ; - варианты финансово-экономического анализа при решении вопросов профессиональной деятельности.. <p>Не умеет на базовом уровне:</p> <ul style="list-style-type: none"> - определять ценность сбора, анализа и обработки собранной финансово-экономической информации;

		<p>-соотносить собираемость информации на определенную дату и проводя анализ данных использовать различные методы статистической обработки;</p> <p>-анализировать многообразие собранных данных и приводить их к определенному результату для обоснования экономического роста;</p> <p>- оценивать роль собранных данных для расчета каждого экономического показателя.</p> <p>Не владеет на базовом уровне:</p> <p>-навыками статистического, сравнительно-финансового анализа для определения места профессиональной деятельности в экономической парадигме;</p> <p>-приемами анализа сложных социально-экономических показателей;</p> <p>-навыками составления пояснения и объяснения изменения показателей, после проведенного сбора и анализа данных.</p>
	ПК-1	<p>Не знает на базовом уровне:</p> <p>- основные экономические и социально-экономические показатели, применяемые для характеристики хозяйствующего субъекта экономики;</p> <p>- основные варианты расчетов экономических показателей;</p> <p>- показатели, характеризующие рост производительности труда и рост заработной платы предприятий в рыночной экономике.</p> <p>Не умеет на базовом уровне:</p> <p>- проводить обоснование правильности выбора сбора экономических и социально-экономических показателей;</p> <p>- анализировать экономические и социально-экономические показатели;</p> <p>- системно анализировать социально-экономические показатели;</p> <p>- делать выводы и обосновывать полученные конечные результаты;</p> <p>- подготовить после анализа экономических и социально-экономических показателей доклад, статью, курсовую работу, выпускную квалификационную работу, презентацию и т.д..</p> <p>- пользоваться основными выводами при написании и опубликовании статьи и доклада.</p>

			<p>Не владеет на базовом уровне:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками работы с аналитическими данными, полученными при обосновании деятельности хозяйствующего субъекта; - экономическими основами профессиональной деятельности.
--	--	--	---

Приложение 1

Пример экзаменационного билета

Министерство образования и науки Российской Федерации
 федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
 высшего образования
 “Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова”
 Ереванский филиал

Кафедра «Экономические науки»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1
 по дисциплине «Линейная алгебра»
 Направление «Экономика»
 Профиль «Финансы и банковское дело»

1. Теорема о существовании опорного решения канонической задачи линейного программирования.
2. Число векторов, входящих в базис системы векторов. Ранг системы векторов.
3. Решить задачу линейного программирования (а) методом искусственного базиса; транспортную задачу (б) методом потенциалов (при решении каждой задачи сделать не менее 2-х шагов).

(а)

$$f(X) = x_1 + 2x_2 + 2x_3 \rightarrow \min :$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 \geq 1, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 6, \\ x_j \geq 0 \quad \forall j. \end{cases}$$

(б)

$a_i \backslash b_j$	30	30	30	30
10	7	2	3	1
20	2	4	4	7
30	3	4	5	5
40	4	3	3	2

Утверждено на заседании кафедры «__» _____ 201__ года, протокол № ____

Заведующий кафедрой _____

**Карта обеспеченности дисциплины «Линейная алгебра»
учебными изданиями и иными информационно-библиотечными ресурсами**

Кафедра «Экономические науки»

ОПОП ВО по направлению подготовки 38.03.01 Экономика

Уровень подготовки бакалавриат

№п /п	Наименование, автор	Выходные данные	Информация по НИБЦ им. академика Л.И. Абалкина		Количество экземпляров на кафедре (шт.)	Численность студентов (чел.)	Показатель обеспеченности студентов литературой: = 1 (при наличии в ЭБС); или =(колонка 4/ колонка 7) (при отсутствии в ЭБС)
			количество печатных экземпляров (шт.)	наличие в ЭБС (да/нет), название ЭБС			
1	2	3	4	5	6	7	8
Основная литература							
1.	Власов, Ю.В. Алгебра матриц и линейные пространства : учебное пособие / Власов Ю.В., Рицкова Т.И	Москва : Интуит НОУ, 2016. — 145 с. – URL: https://book.ru/book/917548	x	Да, ЭБС «book.ru»	x	x	1
2.	Чернова, Н.М. Введение в линейную алгебру : курс лекций / Чернова Н.М	. Москва : Интуит НОУ, 2016. — 107 с - URL: https://book.ru/book/917629	x	Да, ЭБС «book.ru»	x	x	1
3.	Епихин, В.Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Теория и решение задач : учебное пособие / Епихин В.Е., Граськин С.С.	Москва : КноРус, 2016. — 608 с. — (для бакалавров). - URL: https://book.ru/book/919977	x	Да, ЭБС «book.ru»	x	x	1

Дополнительная литература							
1.	Математика для экономистов (математический анализ и линейная алгебра). Задачник : учебное пособие / Макаров С.И. под ред., Мищенко М.В. под ред Никитина Н.С.	Москва : КноРус, 2016. — 358 с. — ISBN 978-5-406-04700-2. — URL: https://book.ru/book/918106	×	Да, ЭБС «book.ru»	×	×	
2.	Высшая алгебра в примерах и задачах : учебное пособие / Никитина Н.С., Степанов А.В.	Москва : МГИМО, 2017. — 157 с. — ISBN 978-5-9228-1602-1. — URL: https://book.ru/book/929057	х	Да, ЭБС «book.ru»	х	х	

Лист актуализации литературы, утвержденный на заседании кафедры от 23.05.2019 No 10, 25.05.2020 No 10

№п /п	Наименование, автор	Выходные данные	Информация по НИБЦ им. академика Л.И. Абалкина		Количество экземпляров на кафедре (шт.)	Численность студентов (чел.)	Показатель обеспеченности студентов литературой: = 1 (при наличии в ЭБС); или =(колонка 4/ колонка 7) (при отсутствии в ЭБС)
			количество печатных экземпляров (шт.)	наличие в ЭБС (да/нет), название ЭБС			
Основная литература							
1	Макаров, С.И. Высшая математика: математический анализ и линейная алгебра : учебное пособие / Макаров С.И.	Москва : КноРус, 2020. — 320 с. — ISBN 978-5-406-01838-5. - URL: https://book.ru/book/936531	х	Да, ЭБС «book.ru»	х	×	1
2	Епихин, В.Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Теория и решение задач : учебное пособие / Епихин В.Е., Граськин С.С.	Москва : КноРус, 2019. — 608 с. — (для бакалавров). — ISBN 978-5-406-06538-9. - URL: https://book.ru/book/929388	×	Да, ЭБС «book.ru»	×	×	1
Всего 2							2

Заведующий кафедрой



С.О.Искаджян