СИСТЕМА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Тема: Моделирование экономических процессов и их оптимизация с использованием современных математических пакетов Mathcad и Wolfram Mathematics

д-р физ.-мат. наук, проф. Родионов В.Н.

Структура материала по теме

- изучение методологии постановки задачи моделирования
- изучение общесистемных закономерностей
- овладение навыком постановки задачи
- овладение методикой выделения целевой функции и ограничений при сохранении целостного представления о системе
- овладение навыком принятия оптимального решения
- овладение методологией по выработке основных положений конструирования моделей и учета ограничений в конкретных экономических условиях

Основные выводы по рассматриваемой теме

- Обсуждаемые модели принятия решений в экономических системах находят широкое применение: в статическом и динамическом программировании; в задачах об оптимальном распределении инвестиций; в моделях принятия решений на основе функции Беллмана; в задачах выбора оптимальной стратегии обновления оборудования и сопровождаются большой наглядностью при использовании поиска решений в средах Mathcad и Wolfram mathematics.

Рекомендации по выработке и принятии оптимальных решений

- Лицо, принимающее решение (ЛПР) в сложных экономических и социальных системах, должно учитывать множество разнообразных факторов и уметь оценивать последствие их изменения. Важно, чтобы эти изменения не только приводили к лучшему результату, но и давали максимально полезный эффект. Достижению такого результата в экономических системах и посвящена данная презентация.

Цель курса принятия решений -

введение понятия «моделирование экономических процессов», учитывающего их оптимизацию с использованием современных математических пакетов. При этом допустимость каждого решения понимается как возможность его фактического осуществления, а *оптимальность* – как его *целесообразность*.

Выбор различных факторов принятия решений

- ЛПР может принять и другое решение, с учетом иного рода факторов, например политических, также влияющих на экономическую ситуацию. Таким образом, указанная проблема решается с помощью синтеза многих научных направлений, таких как системный анализ, исследование операций, моделирование экономических систем, методы оптимизации функций и др.

- Ниже рассмотрен один из примеров составления оптимальной производственной программы в пакетах Mathcad и Wolfram Mathematics.

Решение задачи об оптимальной производственной программе

- Предприятию необходимо выпустить номенклатуру из “n” видов продукции в некоторых объемах (Xi), где i=1...n. Для выпуска “m” единиц изделия вида “j” требуется Ai,j ресурсов вида “j”, где j=1...m.
- Тогда при выпуске изделий расход каждого ресурса не должен превышать его запасов bj. В соответствии с этим имеем следующую систему неравенств
- $$\begin{cases} A11\,X1 + A21\,X2 + \cdots + An1\,Xn \le b1 \\ A12\,X1 + A22\,X2 + \cdots + An2\,Xn \le b2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ A1n\,X1 + A2n\,X2 + \cdots + Ann\,Xn \le bm \end{cases}$$

- Введением m дополнительных переменных
- Xn+1, Xn+2, …, Xn+m,
- каждая из которых представляет неотрицательную величину (величину неиспользованных ресурсов bj), указанную систему неравенств можно свести к системе равенств
- $$\begin{cases} A11\,Xx1 + A2\,X2 + \cdots + An1\,Xn + X(n+1) = b1 \\ A12\,X1 + A22\,X2 + \cdots + An2\,Xn + X(n+2) = b2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ A1n\,X1 + A2n\,X2 + \cdots + Ann\,Xn + X(n+m) = bm \end{cases}$$

- Аналогично можно поступить и с системой обратных неравенств. В этом случае дополнительные неотрицательные переменные нужно вычитать, по-прежнему преобразуя неравенства в равенства.

- Таким образом, любой вектор X, удовлетворяющий последней системе уравнений, представляет собой некую допустимую стратегию производства.

- Поскольку такая стратегия не единственна (так как число переменных больше числа уравнений), актуальной задачей является отыскание наилучшей стратегии, обеспечивающей максимальную прибыль от реализации всего объема выпускаемой продукции.

- Для осуществления этой программы нужно максимизировать критерий эффективности, т. е. сформировать некую целевую функцию
- F(x1, x2, …, xn)= C1X1+C2X2+…+CnXn=
- $= \sum_{i=1}^{n} Ci\ Xi \rightarrow max$
- В некоторых случаях (например, при расчете потерь) оптимальным является нахождения минимального значения целевой функции F (x1, x2, …, xn) $\rightarrow min$

Документ Mathcad, содержащий решение этой задачи

- Исходные данные: n – количество производимых изделий;
- b – вектор имеющихся ресурсов;
- A – матрица размерности m×n, каждый элемент которой является расходом ресурсов вида “i” на производство единицы изделия вида “j”. C – вектор прибыли

Пусть n = 5, а m = 4, тогда соответствующие векторы и матрица могут иметь следующий вид

- $b=\begin{pmatrix} 700 \\ 250 \\ 600 \\ 400 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} 25 \\ 35 \\ 25 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix}$ $x=\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \end{pmatrix}$
-
- $Aij=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

- Для начального приближения представим вектор X в виде
- $$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$
- тогда $F(X1, X2, X3, X4, X5) = CX$
- и программа Mathcad имеет
- вид: Given
- $AX \le b \quad X \ge 0$
- $y: = \text{Maximize}\ (F, X)$

Таким образом, окончательно имеем

- **Оптимальный план**
- $$y=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 18,182 \\ 22,727 \\ 150 \end{pmatrix}$$
- **Значение прибыли**
-
- $$F(y)=5,864 \cdot 10^3$$

Пример решения той же задачи об оптимальной производственной программе в пакете Wolfram Mathematics

Сохраним исходные данные в том же виде

$$Aij = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 700 \\ 250 \\ 600 \\ 400 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 25 \\ 35 \\ 25 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix}$$

- Тогда при выпуске изделия расход каждого ресурса не должен превышать его запасов b_i. В соответствии с этим имеем следующую производственную задачу: пусть “m”=4, а “n”=5. Вводим переменные a, b, c, d, e. Записываем целевую функцию
- $F(a, b, c, d, e) = 25a+35b+25c+40d+30e$ и ограничения вида: $Ax \le b$

Программа, реализуемая в пакете Wolfram Mathematics, имеет вид

- N[Maximize[{25a+35b+25c+40d+30e,
1a+2b+3c+2d+4e≤700,
5a+4b+3c+2d+1e≤250,
3a+4b+2c+5d+3e≤600,
4a+2b+5c+3d+e≤400, a≥0, b≥0, c≥0,
d≥0, e≥0 }, {a,b,c,d,e}]]

Таким образом окончательный результат, рассчитанный в пакете WM имеет вид:

- {5863.64,{a->0.,b->0.,c->18.1818,d->22.7273,e->150.}}, где оптимальная прибыль составляет **5863.64**, а оптимальный выпуск продукции соответственно равен: **a=0, b=0, c=18.1818, d=22.7273, e=150.**
- Легко видеть, что результаты, полученные в двух разных математических средах, согласованы между собой.

__Рекомендуемая литература__

Базовый учебник: Мендель А.В. Модели принятия решений. – М.:ЮНИТИ-ДАНА, 2016. – 463 с.

- **Основная литература:**

1. Охорзин В.А. Оптимизация экономических систем. Примеры и алгоритмы в среде Mathcad: Учеб. пособие. - М.: Финансы и статистика, 2005.- 144 с.

2. Бережная Е.В., Бережной В.И. Методы и модели принятия управленческих решений. М.: ИНФРА-М, 2014.

3. Теория принятия решений: Практикум. – М: РЭУ им. Г.В. Плеханова, 2014.

- **Дополнительная литература:**

Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике,.М.: МГУ.: им. М.В. Ломоносова, Изд. «ДИС», 2007.

- **Рекомендуемые Интернет-ресурсы:**

www.economicus.ru

www.gallup.ru – Информационно-консалтинговая компания «Галап-Медиа»