Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Российский экономический университет имени Г.В.Плеханова
Ивановский филиал
Кафедра гуманитарных и правовых дисциплин

Утверждено
на заседании совета Ивановского филиала
протокол № 1 от 30.08.2014
Председатель совета ____________
Арефьева Н.Т.

Рабочая программа

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Направление подготовки 38.03.06 Торговое дело

Профиль программы – Коммерция

Уровень высшего образования – бакалавриат

Программа подготовки – академический бакалавриат

Иваново

Автор-составитель: Малеж Л.Н.

должность ст. преподаватель

Рабочая программа **Теория вероятностей и математическая статистика**

(название дисциплины)

Рабочая программа учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» составлена в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования

Дисциплина относится к базовой части дисциплин и является обязательной для изучения.

38.03.06 **«Торговое дело»**

(шифр) (наименование направления)

Согласования со смежной кафедрой:

Зав. кафедрой

К.э.н., доцент ______________________ Е.С. Васильчук

(подпись) *(ф. и. о)*

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели освоения учебной дисциплины.

Целью изучения дисциплины является освоение базовых понятий, методов и принципов теории вероятностей и математической статистики. Теория вероятности является основным инструментом моделирования случайных компонент экономических процессов и составляет базис для математической статистики. Математическая статистика закладывает математические основы статистической обработки данных, одного из основных этапов в подготовке данных для расчета или аналитического моделирования. Изучаемые в курсе понятия корреляции и регрессии составляют математические основы эконометрического анализа.

Таким образом, владение методами теории вероятностей и математической статистики является необходимым для проектно-конструкторской, проектно-технологической, производственно-технологической, организационно-управленческой и научно-исследовательской деятельности - направлений, входящих в число основных для бакалавра по направлению подготовки Экономика.

2. Место учебной дисциплины в структуре ООП ВПО

Дисциплина “ Теория вероятностей и математическая статистика ” относится к базовой части. Рекомендуется изучать её в 3 семестре, поскольку ее изучение опирается на ранее изученные дисциплины: “ Математический анализ”, “ Линейная алгебра ”.
Освоение дисциплины “ Теория вероятностей и математическая статистика ” необходимо, как предшествующее для дисциплин:
-вариативной (профильной) части профессионального цикла (Б.3): Системы моделирования и принятия управленческих решений, Основы сетевой экономики, Интеллектуальные информационные системы, Технико-экономическое обоснование проектных решений в профессиональной деятельности,
- базовой части математического и естественнонаучного цикла (Б.2): Теория систем и системный анализ, Теория вероятностей и математическая статистика; - вариативной части математического и естественнонаучного цикла (Б.2): Моделирование бизнес-процессов, Прикладная математика, Информационно-аналитическое моделирование микроэкономики, Математические методы и моделирование в маркетинговой деятельности, Элементы математической лингвистики и теория формальных языков в профессиональной деятельности/Теория алгоритмов.

3. Требования к результатам освоения дисциплины.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);
- способностью собирать и анализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов (ПК-1).

В результате изучения дисциплины студент должен
Знать:
- основы линейного программирования;
- основы динамического программирования;
- основы теории массового обслуживания;
- основы теории игр.

Уметь:
- применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности;
- уметь строить математические модели объектов профессиональной деятельности;

- уметь использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования;

Владеть:

- основами математического моделирования прикладных задач, решаемых аналитическими методами.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего час / зачетных единиц	Семестр
		3
Аудиторные занятия (всего)	62/1,72	62/1,72
В том числе:		
Лекции	28/0,78	28/0,78
Практические занятия (ПЗ)	34/0,94	34/0,94
Семинары (С)		
Самостоятельная работа (всего)	82/2,28	82/2,28
В том числе:		
Курсовой проект (работа)		
Расчетно-графические работы		
Реферат		
Другие виды самостоятельной работы		
Выполнение домашних заданий		
Проработка лекций		
Вид промежуточной аттестации (экзамен)	Зачет с оценкой	Зачет с оценкой
Общая трудоемкость часы	144	144
зачетные единицы	4	4

5. Содержание учебной дисциплины.

5.1. Содержание разделов дисциплины

Тема1. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события

Предмет и задачи теории вероятностей. Статистические закономерности, области применения теории вероятностей в экономике и коммерции.

Опыт, событие. Относительная частота, ее устойчивость. Построение математической модели случайного опыта: пространство элементарных событий. Алгебра событий. Поле событий. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Примеры вероятностных моделей. Классическая вероятность. Элементы комбинаторики. Геометрическая вероятность. Условная вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Независимость событий. Формулы полной вероятности и Бейеса.

Тема2. Случайные величины и их числовые характеристики

Определение случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения и функция распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения и функция распределения непрерывной случайной величины. Основные числовые характеристики случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение) и их свойства.

Тема3. Основные распределения случайных величин
Схема Бернулли. Распределения дискретных случайных величин: биномиальное, Пуассона, гипергеометрическое. Основные характеристики распределений.
Распределения непрерывных случайных величин: равномерное, показательное, нормальное. Основные характеристики распределений.

Тема4. Функция случайной величины
Понятия функции случайной величины. Функция распределения и плотность вероятностей функции случайной величины. Числовые характеристики случайной величины.

Тема5. Случайные векторы
Понятие случайного вектора (системы случайных величин) на примере двух случайных величин. Функция распределения случайного вектора, частные функции распределения. Независимые случайные величины. Числовые характеристики системы случайных величин; ковариация, коэффициент корреляции двух случайных величин.

Тема 6. Закон больших чисел и предельные теоремы
Последовательность случайных величин, сходимость по вероятности. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теоремы Чебышева и Бернулли. Центральная предельная теорема и её приложения.
Тема 7. Основные понятия математической статистики. Статистическое оценивание параметров распределения случайных величин.

Основные понятия математической статистики: генеральная совокупность, выборка. Статистический ряд распределения случайной величины, гистограмма. Статистические оценки числовых параметров распределения и их свойства. Доверительный интервал.

Тема 8. Проверка статистических гипотез по критериям Стьюдента, Фишера, Пирсона.

Проверка статистических гипотез по критериям. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости. Проверка гипотез о совпадении математических ожиданий по критерию Стьюдента. Проверка гипотез о совпадении дисперсий по критерию Фишера. Общий статистический критерий Пирсона.

5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами.

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин
1.	Информационно-аналитическое моделирование микроэкономики	1-2
2.	Информатика и программирование	1-4
6.	Прикладная математика	5-6
7.	Финансовая математика	1-8

8.	Информационно-аналитическое моделирование микроэкономики	6
9.	Информатика и программирование	5-7

5.3. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Раздел учебной дисциплины	Виды учебной деятельности			Итого
		лек	сем	СРС	
1	Основные понятия теории вероятностей. Случайные события	4	6	10	20
2	Случайные величины и их числовые характеристики	6	10	16	32
3	Основные распределения случайных величин	6	10	16	32
4	Функция случайной величины	4	6	10	20
5	Случайные векторы.	4	6	10	20
6	Закон больших чисел и предельные теоремы	4	4	8	16
7	Основные понятия математической статистики. Статистическое оценивание параметров распределения случайных величин.	4	6	10	20
8	Проверка статистических гипотез по критериям Стьюдента, Фишера, Пирсона.	4	6	10	20
	Итого за 3 семестр	28	34	82	144

6. Перечень практических занятий

1.Основные понятия теории вероятностей. Случайные события.
Элементы комбинаторики: сочетания, размещения, перестановки.

2. Понятие случайного события. Классическое определение вероятности события.

3. Операции над событиями. Условная вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей.

4. Формула полной вероятности. Формула Бейеса.

5. Случайные величины и их числовые характеристики. Закон распределения, функция распределения и числовые характеристики дискретной случайной величины (ДСВ). Законы распределения: биноминальный, Пуассона.

6. Основные распределения случайных величин. Формула Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.

7. Функция случайной величины. Плотность распределения, функция распределения и числовые характеристики непрерывной случайной величины (НВС). Нормальное распределение.

8. Законы распределения и числовые характеристики случайных векторов.

7. Примерная тематика курсовых проектов (работ)

В дисциплине выполнение курсовых проектов (работ) не предусматривается.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

8.1. Основная литература.

1. Сидняев Н.И. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для бакалавров / Н.И. Сидняев. - М.: ИД Юрайт, 2011. - 219 с. - (Бакалавр).-гриф МО РФ [ЭБС Znanium.com]
2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012. - 551 с. - (Серия «Золотой фонд российских учебников»).- гриф МО РФ. [ЭБС Znanium.com]
3. Балдин, К. В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : Учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. - 2-е изд. - М.: Дашков и К, 2010. - 473 с.- гриф [ЭБС Znanium.com]

8.2. Дополнительная литература.

1. Журнал «Естественные и математические науки в современном мире» 2012-2014 гг. [НЭБ Elibrary.ru]
2. Журнал «Математика и ее приложения. Журнал Ивановского математического общества» 2009-2011 гг. [НЭБ Elibrary.ru]
3. Колемаев В.А.,Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебник. М.:КНОРУС, 2009, 384стр. [НЭБ Elibrary.ru].
4. В.Г.Куприн А.А.Туганбаев Теория вероятностей и математическая статистика. – «Лань» 2009

8.3. Методическое обеспечение.

1. Зайцев М.В., Лавриненко Т.А., Туганбаев А.А. Высшая математика. Сборник задач. Ч. 2. - М., РГТЭУ, 2007.
2. Мушруб В.А., Чубарова Е.И.. . Контрольные задания по высшей математике для студентов заочной формы обучения (второй семестр) – М, РГТЭУ, 2007.

8.4. Информационное обеспечение дисциплины

При изучении курса Математика могут быть использованы интернет – ресурсы:
www.Math-Net.ru – имеется свободный доступ (по истечении 3-х лет со дня публикации) к математическим журналам Отделения Математики РАН,
http://en.wikipedia.ru – созданная пользователями интернет-энциклопедия,
http://mathworld.wolfram.com – краткие энциклопедические статьи по математике,
http://eqworld.ipmnet.ru – решение различных типов уравнений, в том числе, дифференциальных,
http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk – статьи по истории математики.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

При подготовке к практическим занятиям и самостоятельной работе используются компьютерные классы со стандартным программным обеспечением:

- ОС Windows,
- пакет программных средств офисного назначения MS Office,
- стандартные пакеты прикладных программ по математике.

На лекциях и практических занятиях могут быть использованы технические средства обучения (средства ИКТ):
1. Экран (на штативе или настенный). Минимальный размер 1,25 х 1,25 м.

2. Мультимедиа-проектор. В комплекте: кабель питания, кабели для подключения к компьютеру, видео- и аудиоисточникам.
3. Персональный компьютер — рабочее место преподавателя. Основные технические требования: операционная система с графическим интерфейсом, привод для чтения и записи компакт-дисков, аудио- и видеовходы/выходы, возможность подключения к локальной сети и выхода в Интернет; в комплекте: клавиатура, мышь со скроллингом, коврик для мыши; оснащен акустическими системами, микрофоном и наушниками; может быть стационарным или переносным.

10. Оценочные средства (балльная система). Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Балльная система оценки:
Очное отделение:
1 семестр.
Аудиторные контрольные работы:

- Теоремы сложения и умножения (20 баллов)
- Характеристики СВ (20 баллов);

Домашняя контрольная работа:

- Законы распределения СВ (20 баллов).

Реферативная работа (10 баллов)
Бонусные баллы за активность на практических занятиях (10 баллов)
Экзамен (30 баллов)

(30 баллов)
Заочное отделение:
1 семестр.

- Выполнение межсеместровой контрольной работы (30 баллов)
- Активность на установочной сессии (20 баллов)
- Реферативная работа (10 баллов)
- Активность в межсессионный период
- Экзамен (30 баллов)
- (30 баллов)

Типовые задачи по теме "Теория вероятностей

1. В купейный вагон (9 купе по 4 места) шести пассажирам продано шесть билетов. Найти вероятность того, что занятыми оказались только два купе.
2. Какова вероятность, что в четырехзначном номере случайно выбранного в большом городе автомобиля только две одинаковые цифры?
3. Среди студентов группы 2 человека знают ответы на 20 экзаменационных вопросов (отличники), 10 человек знают ответы только на 15 экзаменационных вопросов из 20 (хорошисты), 5 человек – на 10 вопросов из 20 (троечники) и 5 человек – только на 5 вопросов из 20. Наугад выбранный студент смог ответить только на 2 вопроса из трех. Какова вероятность, что он троечник?
4. На ММФ 15% отличников учебы среди первокурсников, на ФФ – 10% и на ФИТ – 20%. На первом курсе ММФ 275 студентов, на ФФ – 180 студентов и на ФИТ – 75 студентов. Наугад выбранный с этих факультетов первокурсник оказался отличником. Какова вероятность, что он с ММФ?
5. Две точки произвольным образом независимо друг от друга бросаются в круг. Какова вероятность, что они расположатся на одинаковом расстоянии от центра?

6. Пусть X и Y – независимые случайные величины, X имеет стандартное нормальное распределение, а Y – распределение Пуассона. Найти $P(X=Y)$.
7. Случайная величина X имеет показательное распределение с параметром α. Найти плотность распределения случайной величины $Y=\sqrt{X}$.
8. Случайная величина X имеет показательное распределение с параметром α. Найти плотность распределения случайной величины $Y=e^{-X}$.
9. Для определения вероятности p изделия быть бракованным пользуются приближением $p\approx S_n/n$, где S_n – число бракованных в партии из n изделий. Насколько большим должно быть число n, чтобы с вероятностью не менее 0.95 величина S_n/n отличалась от p менее, чем на 0.001?
10. Сколько раз надо бросить игральную кость, чтобы с вероятностью 0.5 сумма выпавших очков превысила 100?

Расчетное задание по теме
"Доверительные интервалы и проверка гипотез"

1. По числовой выборке из нормальной совокупности с параметрами α,σ^2 построить доверительные интервалы для:
а) α, если σ^2 известно;
б) α, если σ^2 неизвестно;
в) σ^2, если α известно;
г) σ^2, если α неизвестно.

2. По данным числовым наблюдениям проверить основную гипотезу о равномерности распределения с помощью
а) критерия Колмогорова;
б) критерия хи-квадрат.

3. По данным двум выборкам из нормальных совокупностей проверить гипотезу
а) о совпадении дисперсий;
б) о совпадении средних, если известно, что дисперсии совпадают.

Экзаменационные билеты

Билет 1
1. Дискретное пространство элементарных исходов. События, операции над ними. Вероятность и ее свойства. Классическое определение вероятности.
2. Теорема о свойствах выборочного среднего и выборочной дисперсии для выборок из нормальной совокупности.

Билет 2
1. Элементы комбинаторики. Гипергеометрическое распределение.
2. Критерий хи-квадрат.

Билет 3
1. Континуальные вероятностные пространства, примеры. Геометрические вероятности. Задача о встрече.
2. Проверка гипотез о совпадении дисперсий двух нормальных совокупностей.

Билет 4
1. Понятие о вероятностном пространстве общего вида. Аксиоматическое задание

вероятности, основные свойства вероятности.
2. Проверка гипотез о совпадении средних двух нормальных совокупностей.

Билет 5

1. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
2. Метод максимального правдоподобия, примеры.

Билет 6

1. Независимые события. Схема Бернулли.
2. Построение критерия с помощью доверительного интервала

Билет 7

1. Случайные величины. Функции распределения и их свойства.
2. Критерий хи-квадрат.

Билет 8

1. Типы распределений, примеры.
2. Построение доверительных интервалов с помощью нормального приближения

Билет 9

1. Основные семейства распределений
2. Построение доверительных интервалов для среднего нормальной совокупности.

Билет 10

1. Многомерные распределения и плотности, их основные свойства, примеры.
2. Построение доверительных интервалов для дисперсии нормальной совокупности.

Билет 11

1. Теорема о независимости функций от независимых случайных величин. Линейные преобразования случайных величин, применения к гауссовским распределениям.
2. Лемма Фишера.

Билет 12

1. Распределение суммы случайных величин, имеющих пуассоновское распределение. Плотность суммы случайных величин.
2. Критерий Колмогорова-Смирнова однородности двух выборок.

Билет 13

1. Распределение суммы случайных величин, имеющих гамма распределение.
2. Метод максимального правдоподобия, примеры.

Билет 14

1. Математическое ожидание случайной величины и его свойства, примеры.
2. Сравнение оценок. Понятие эффективной оценки.

Билет 15

1. Моменты, вопросы их существования. Дисперсия случайной величины, ее свойства, примеры.
2. Распределения, связанные с нормальным (хи-квадрат, Стьюдента, Фишера).

Билет 16

1. Коэффициент корреляции и его свойства.
2. Метод моментов, примеры. Состоятельность оценок, полученных методом моментов.

Билет 17

1. Матрица ковариаций. Многомерное нормальное распределение и его свойства.
2. Задача оценивания неизвестных параметров. Несмещенность, состоятельность оценок. Свойства выборочных моментов.

Билет 18

1. Сходимость по вероятности, ее свойства.
2. Критерий Колмогорова

Билет 19

1. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Теорема Бернулли.
2. Теорема о свойствах выборочного среднего и выборочной дисперсии для выборок из нормальной совокупности.

Билет 20

1. Центральная предельная теорема: формулировка, обсуждение, примеры применения. Теорема Муавра-Лапласа.
2. Теорема Гливенко-Кантелли.

Билет 21

1. Приближение Пуассона для биномиального распределения.
2. Дисперсионный анализ (однофакторная модель): постановка задачи, формулировка теоремы, построение критерия.

Билет 22

1. Распределение суммы случайных величин, имеющих нормальное распределение.
2. Предмет и задачи математической статистики. Понятие выборки. Вариационный ряд.

Контрольная работа №1 по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

I вариант

1. В секцию магазина поступило 10 велосипедов, из которых 4 – с дефектами. Наудачу взяты три. Найти вероятность того, что среди взятых будут:
а) все без дефектов;
б) все одинакового качества

2. Вероятность того, что автомобиль находится в рейсе, равна 0,6. Найти вероятность того, что хотя бы одна машина бригады, имеющей 5 автомашин, находится в рейсе.

3. Устройство состоит из трех независимо работающих приборов. Вероятности отказа приборов 0,3; 0,64; 0,5. Составить закон распределения числа отказавших приборов. Найти функцию распределения этой случайной величины и построить ее график. Найти ее математическое ожидание и дисперсию.

4) Известно, что в среднем 60% изделий предприятия первого сорта. Чему равна вероятность того, что в партии из 200 изделий окажется 120 изделий 1 сорта.

II вариант

1. Ребенок играет с карточками, на каждой из которых написана одна из букв: С, Х, Р, А, А, А. определить вероятность того, что мы сможем прочесть слово «САХАРА» при случайном расположении им карточек в ряд.

2. Вероятность того, что изготовленная деталь набракованная, равна 0,9. Сколько нужно проверить деталей, чтобы с вероятностью 0,9907 можно было ожидать, что отклонение частости набракованных деталей от вероятности 0,9 не превзойдет 0,02 (по абсолютной величине).

3. Молодого человека пригласили на день рождения. Он помнит номер дома, но забыл номер квартиры, помня лишь, что номер однозначный. Составить закон распределения числа посетивших квартир для отыскания нужной. Найти математическое ожидание этой случайной величины.

4) Вероятность сдачи студентом экзаменов соответственно равна 0,6; 0,5 и 0,8. Какова вероятность сдачи не менее двух экзаменов из трех.

Тест

1. Количество способов выбора стартовой шестерки из восьми игроков равно…

1) 56 2) 720 3) 28 4) 113

2. Непрерывная случайная величина X задана плотностью вероятности $f(x)=\frac{1}{3\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-4)^2}{18}}$.

Тогда D(X) = …

1) 4 2) 3 3) 6 4) 9

3. Монета брошена 3 раза. Тогда вероятность того, что герб выпадет ровно 2 раза, равна…

1) $\frac{1}{8}$ 2) $\frac{3}{8}$ 3) $\frac{1}{4}$ 4) $\frac{3}{4}$

4. Пусть X – дискретная случайная величина, заданная законом распределения вероятностей

X	-2	1	3
p	0,1	0,3	0,6

Тогда M(2X) =…

1) 3,8 2) 4,6 3) 3,5 4) 4

5. Сколько нужно построить дорог с односторонним движением, чтобы соединить 5 сел друг с другом, если ни одна из дорог не должна проходить через какое-либо третье село.

1) 10 2) 15 3) 20 4) 25

6. В партии из 12 деталей 4 детали первого сорта. Найти вероятность того, что среди двух отобранных друг за другом деталей только одна первого сорта.

1) $\frac{1}{9}$ 2) $\frac{2}{9}$ 3) $\frac{5}{11}$ 4) $\frac{16}{33}$

7. Студент знает 21 вопрос из 25. Какова вероятность, что он ответит на два предложенных вопроса?

1) 0,84 2) 0,7 3) 0,7056 4) 0,9

8. В партии из 50 деталей 6% бракованных. Какова вероятность, что наугад выбранная деталь окажется стандартной?

1) 0,06 2) 0,94 3) 0,12 4) 0,88

9. Проверкой качества товара занимаются два контролера. Вероятность выявления дефекта первым из них – 0,8, а вторым – 0,95. Найти вероятность того. Что изделие с дефектом будет пропущено.

1) 0,1 2) 0,25 3) 0,05 4) 0,14

10. Вероятность поломки первого станка – 0,4, второго – 0,6. Какова вероятность, что хотя бы один из них сломается?

1) 1 2) 0,48 3) 0,52 4) 0,86

11. Найти вероятность того, что при бросании четырех монет герб выпадет чаще, чем цифра.

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{16}$ 3) $\frac{5}{16}$ 4) $\frac{1}{4}$

12. В магазин поступили телевизоры от трех дистрибьюторов в отношении 1 : 3 : 6. Телевизоры, поступающие от первого дистрибьютора, требуют наладки в 3% случаев, от второго и третьего – соответственно 2% и 1%. Найти вероятность того, что поступивший в магазин телевизор требует наладки.

1) 0,02 2) 0,015 3) 0,01 4) 0,018

13. Задана функция распределения дискретной случайной величины X: $F(x)=\begin{cases}0, \text{если } x\le 0\\ 0{,}15, \text{если } 0\le x\le 1\\ 0{,}25, \text{если } 1\le x\le 2\\ 0{,}5, \text{если } 2\le x\le 3\\ 1, \text{если } x\ge 3\end{cases}$

Найти вероятность того, что X = 1.

1) 0,1 2) 0,15 3) 0,25 4) 0,4

14. В первом ящике 2 белых и 10 черных шаров, во втором – 8 белых и 4 черных шара. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность. Что они оба белые?

1) $1/9$ 2) $5/6$ 3) $5/7$ 4) $3/8$

15. Вероятность того, что пассажир опоздает к отправлению поезда, равна 0,01. Найти наиболее вероятное число опоздавших из 800 пассажиров.

1) 5 2) 6 3) 8 4) 10

Контрольная работа №2 по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

I вариант

По схеме собственно-случайной бесповторной выборки из 1500 участников соревнования было отобрано 100 человек; их распределение по числу набранных баллов дано в таблице:

Число баллов	52-55	55-58	58-61	61-64	64-67	67-70	Итого
Число участников	9	11	19	30	21	10	100

1. Найти: а) границы, в которых с вероятностью 0,9861 заключено среднее число набранных баллов для всех участников соревнований;

б) вероятность того, что выборочная доля участников соревнования, набравших не менее 67 баллов, отклоняется от генеральной доли таких участников не более, чем на 0,05 (по абсолютной величине).

в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для среднего числа набранных баллов можно гарантировать с вероятностью 0,99.

2. Моду и медиану выборки.

II вариант

В институте обучается 5000 студентов. Выборочным путем было обследовано 500 студентов. Получены следующие данные о распределении студентов по возрасту:

Возраст студента, лет	17-19	19-21	21-23	23-25	25-27	Итого
Количество студентов	180	216	64	34	6	500

1. Найти: а) границы, в которых с вероятностью 0,98 заключен средний возраст студентов института; б) вероятность того, что доля студентов института старше 23 лет отличается от выборочной доли таких студентов не более, чем на 0,05 (по абсолютной величине).

в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для среднего возраста студента можно определить с вероятностью 0,9861.

2. Моду и медиану выборки.

10.1. Темы практических и семинарских занятий.

Тема1Основные понятия теории вероятностей. Случайные события.
Элементы комбинаторики: сочетания, размещения, перестановки.

1. В группе из 20 студентов необходимо выбрать троих делегатов на студенческую конференцию. Сколькими различными способами можно это сделать?
2. Сколькими различными способами можно заполнить карточку «Спортлото», если для ее заполнения требуется отметить 6 видов спорта из перечисленных в карточке 49 видов?
3. Сколько разных требований на 3 книги может составить читатель, если в библиотеке всего 1000 наименований книг?
4. В ассортименте магазина 10 видов шоколадных конфет. Для составления новогоднего подарка используют 6 видов, причем берется одинаковое количество конфет каждого вида. Сколько различных подарков можно составить?
5. Для составления новогодних подарков куплено 6 видов шоколадных конфет и 8 видов карамели. Для составления одного подарка используется 4 вида шоколадных конфет и 5 видов карамели. Сколькими различными способами можно собрать подарок (количество конфет каждого вида, включаемого в подарок, одинаково)?
6. Из пяти имеющихся красок выбирают две краски для получения смеси. Сколько различных смесей можно получить, если разными считаются смеси, имеющие разный состав красок?
7. На четвертом курсе одного из факультетов читается 6 спецкурсов. Каждый четверокурсник обязан выбрать для посещения два спецкурса. Сколькими способами он может это сделать?
8. Из одиннадцати студентов, среди которых два отличника, необходимо выбрать восьмерых для работы по обслуживанию студенческой олимпиады. Сколькими способами это можно сделать, если отличники обязательно должны войти в число этих восьмерых?

Литература :[1,2,3,4,5]
Учебно-методическая литература:[1,2]

Тема2: Понятие случайного события. Классическое определение вероятности события.

1. Игральная кость подбрасывается дважды. Наблюдаемый результат - пара чисел, выпавших в первый и второй раз. События: A_1 – оба раза выпало число 6; A_2 – число 6 не выпало ни разу; A_3 - число 6 выпало ровно один раз; A_4 – оба раза выпало число очков, кратное трем; A_5 – первый раз выпало четное число, а второй раз – нечетное; A_6 – оба раза выпало одно и то же число; A_7 - сумма выпавших чисел не больше 4.
2. Подбрасываются три монеты. Наблюдаемый результат – выпадение орла (О) или решки (Р) на первой, второй и третьей монетах. События: A_1 – решка выпала на одной монете; A_2 – решка не выпала ни на одной монете; A_3 – решка выпала на первой монете; A_4 – орел выпал хотя бы на двух монетах.
3. Эксперимент состоит в раскладывании наудачу трех занумерованных шаров по трем ящикам. В каждый ящик может поместиться любое число шаров. Наблюдаемый результат – тройка чисел (i, j, k), где i, j, k – номера ящиков, в которые попали соответственно первый, второй и третий шары. События: A_1 – первый ящик пустой; A_2 – в каждый ящик попало по одному шару; A_3 – все шары попали в один ящик.
4. Производится стрельба по плоской прямоугольной мишени: $-2 \le x \le 2, 1 \le y \le 1$. Наблюдаемый результат – координаты точки попадания в декартовой системе координат. По условиям стрельбы непопадание в указанный прямоугольник исклю-

чено. События: A_1 – абсцисса точки попадания не меньше ординаты; A_2 – произведение координат точки неотрицательно; A_3 – абсцисса точки по модулю не больше единицы.

5. Из 20 яблок, находящихся в корзине, 6 яблок – сорта «шафран». Найти вероятность того, что взятое из корзины яблоко не принадлежит сорту «шафран».
6. В магазин поступило 12 компьютеров, среди которых три имеют скрытые дефекты. Найти вероятность того, что выбранный наудачу компьютер не имеет скрытых дефектов.
7. Автомат, изготавливающий однотипные детали, дает в среднем 6% брака. Из большой партии взята наудачу одна деталь для контроля. Найти вероятность того, что она бракованная.
8. Игральная кость подбрасывается один раз. Найти вероятности следующих событий: A_1 - выпало число 5; A_2 – выпало число, кратное трем; A_3 – выпало число, меньшее 5

Литература :[1,2,3,4,5]

Учебно-методическая литература:[1,2]

Тема 3: Операции над событиями. Условная вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей.

1. Игральная кость подбрасывается один раз. Наблюдаемый результат – выпавшее число очков. Рассмотрим события: A_1 – выпавшее число кратно трем; A_2 – выпавшее число нечетно; A_3 – выпавшее число не меньше трех; A_4 – выпавшее число не больше двух; A_5 – выпало число от 2 до 4. Выяснить, какие из этих событий являются попарно несовместными. Сформулировать, в чем состоят события $\overline{A}_2$, $\overline{A}_3$, A_1A_2, A_1+A_2, A_1A_3, A_1+A_3, A_1A_4, A_1+A_4, A_1A_5, A_2A_3, A_2A_5, A_2+A_5, A_3A_4, A_3+A_4, A_3A_5, A_3+A_5, A_4+A_5, $A_1+A_2+A_5$.
2. Из партии калькуляторов выбирают пять калькуляторов для проверки. Наблюдаемый результат – число калькуляторов, имеющих брак. Рассмотрим события: A_1 – число бракованных калькуляторов не более трех; A_2 – бракованных калькуляторов – три; A_3 – число бракованных калькуляторов не менее двух; A_4 – есть хотя бы четыре калькулятора с браком; A_5 – есть хотя бы один калькулятор с браком. Выяснить, какие из этих событий являются попарно несовместными. Сформулировать, в чем состоят события $\overline{A}_1$, $\overline{A}_2$, $\overline{A}_4$, $\overline{A}_5$, A_1A_3, A_1+A_3, A_2A_3, A_2+A_3, A_1A_5, A_1+A_5, A_2+A_4, A_2A_5, A_3A_4, A_3+A_4.
3. Производится осмотр телевизора, при котором можно обнаружить всего 4 различных дефекта. Наблюдаемый результат – количество обнаруженных дефектов. Рассмотрим события: A_1 – обнаружен один дефект; A_2 – обнаружено два дефекта; A_3 – обнаружено три дефекта; A_4 – обнаружены все дефекты; A_5 – обнаружен хотя бы один дефект; A_6 – обнаружено не менее двух дефектов; A_7 – обнаружено не более двух дефектов. Выяснить, какие события являются попарно несовместными. Сформулировать, в чем состоят события $\overline{A}_4$, $\overline{A}_5$, $\overline{A}_7$, A_1A_5, A_1+A_5, A_1A_6, A_1+A_6, A_1A_7, A_1+A_7, A_3A_4, A_3+A_4, A_5A_7, A_5+A_7, A_6A_7, A_6+A_7, $A_2+A_3+A_4$.
4. Из урны, в которой находятся 7 черных и 8 белых шаров, вынимают наугад три шара. Найти вероятность того, что они будут одного цвета.

Литература :[1,2,3,4,5]

Учебно-методическая литература:[1,2]

Тема 4: Формула полной вероятности. Формула Бейеса.

3.24. На складе имеется 20 телефонных аппаратов корейского производства и 30 – немецкого. В среднем 5% корейских аппаратов и 2% немецких имеют брак. Найти вероятность того, что наугад взятый телефонный аппарат имеет брак.
3.25. На базу поступили одинаковые по объему партии холодильников с двух разных заводов. Вероятность того, что холодильник проработает без поломок в течение гарантийного срока, равна 0,85, если холодильник собран на 1-ом заводе, и 0,95, если на втором. Найти вероятность того, что наугад взятый холодильник не сломается в течение гарантийного срока.
3.26. Вся продукция фабрики выпускается станками трех типов. На станках первого типа выпускается 30% всей продукции, на станках второго – 20%. Станки первого типа дают 2% брака, второго типа – 1,5% и третьего – 1,2%. Найти вероятность того, что наугад взятое изделие этой фабрики окажется бракованным.
3.27. Партия транзисторов, среди которых 10% дефектных, поступила на проверку. Схема проверки такова, что с вероятностью 0,95 дефект обнаруживается (если он есть), и существует ненулевая вероятность 0,03 того, что исправный транзистор будет признан дефектным. Найти вероятность того, что случайно выбранный из партии транзистор будет признан дефектным.
3.28. В двух урнах находятся шары черного и белого цвета. Пятая часть шаров в первой урне и треть шаров во второй урне – черного цвета. Наугад выбирается урна и из нее извлекается шар. Найти вероятность того, что он – черный.
3.29. Из урны, содержащей 5 белый и 6 черных шаров, переложен вынутый наугад шар в урну, содержащую 5 белых и 3 черных шара. Найти вероятность того, что вынутый затем наугад шар из второй урны окажется белым.
3.30. Имеется 3 урны. В первой 3 белых и 4 черных шара, во второй – 2 белых и 5 черных шаров, в третьей – 4 белых и 3 черных шара. Наугад выбрали урну и вынули два шара. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми. Найти вероятность того, что шары были вынуты из третьей урны, если оказалось, что они оба белые.

Литература :[1,2,3,4,5]
Учебно-методическая литература:[1,2]

Тема 5: Случайные величины и их числовые характеристики
Закон распределения, функция распределения и числовые характеристики дискретной случайной величины (ДСВ). Законы распределения: биноминальный, Пуассона.

3.38. Дан закон распределения ДСВ X:

x_i	-1	0	2
p_i	0,2	p	0,3

Найти: а) вероятность p; б) P $(X \le 0)$; в) $P(-1<X<3)$; г) $P(-2 \le X<0)$; д) $P(X>-1)$; е) функцию распределения F(x). Построить график функции распределения и полигон. Вычислить M [X] и D[X].

3.39. Дан закон распределения ДСВ X:

x_i	1	2	3	5
p_i	0,2	0,1	0,4	0,3

Найти: а) P $(X>2)$; б) $P(1,5 \le X \le 3, 5)$; в) P $(X<4)$; г) $P(2 \le X<5)$; д) функцию распределения; е) M[X]; ж) D[X]. Построить график функции распределения и полигон.

3.40. Дан закон распределения ДСВ X:

x_i	0	2	3
p_i	p_1	p_2	¼

Найти p_1 и p_2, если M [X]=1. Найти: а) P(-1<X<3); б) P(0<X≤3); в) P(2≤X<4); г) D[X]. Построить график функции распределения.

3.41. Выполнить задания предыдущей задачи, если закон распределения задан таблицей:

x_i	1	2	3
p_i	p_1	p_2	1/4

и M [X]=7/4.

3.42. Найти: а) закон распределения; б)M[X]; в) D [X]; г) P (1<X<2); д) P(X≤1,5), если функция распределения случайной величины X равна

$$F(x)=\begin{cases} 0, \text{ если } x\le 0, \\ 3/5, \text{ если } 0<x\le 1, \\ 4/5, \text{ если } 1<x\le 1{,}5 \\ 14/15, \text{ если } 1{,}5<x\le 3, \\ 1, \text{ если } x>3 \end{cases}$$

Литература :[1,2,3,4,5]
Учебно-методическая литература:[1,2]

Тема6: Основные распределения случайных величин
Формула Бернулли. Теорема Пуассона.
Локальная и интегральная теоремы Лапласа.

3.31. Монету бросают 6 раз. Найти вероятность того, что: а) герб выпадет три раза; б) герб выпадет один раз; в) герб выпадет не менее двух раз.
3.32. При бросании игральной кости, специально утяжеленной с одной стороны, вероятность выпадения шестерки равна 0,3. Найти вероятность того, что при пятикратном бросании игральной кости: а) шестерка выпадет два раза; б) шестерка выпадет не менее двух и не более четырех раз; в) шестерка выпадет четное число раз.
3.33. Стрелок четыре раза стреляет по мишени. Считая, что вероятность попадания при одном выстреле не зависит от результатов предшествующих выстрелов и равна 0,8, найти вероятность того, что стрелок попал в мишень: а) два раза; б) не более трех раз; в) хотя бы один раз; г) один раз.
3.34. В среднем 10% автомобилей, производимых заводом, имеют брак. Для контроля из партии автомобилей взяли 5 машин. Найти вероятность того, что среди них будет: а) 3 машины без брака; б) не более 3 машин без брака.
3.35. Из колоды в 36 карт вынимается карта, записывается ее название и затем карта возвращается в колоду, после чего та тщательно перемешивается. Найти вероятность того, что при шестикратном повторении описываемого опыта: а) шестерки будут вынуты два раза; б) шестерки будут вынуты 5 раз; в) трефовые карты будут вынуты трижды; г) будут вынуты только трефовые карты; д) трефовый туз будет вынут дважды; е) трефовый туз появится хотя бы один раз.
3.36. В память ЭВМ записывается 8-разрядное двоичное число. Значения 0 и 1 в каждом разряде появляются с одинаковой вероятностью. Найти вероятность того, что будет записано число, в котором имеется: а) ровно 4 единицы; б) не менее двух единиц.
3.37. Вероятность того, что телевизор имеет скрытые дефекты, равна 0,2. В отдел магазина поступило 20 телевизоров. Что вероятнее: что в это партии имеется два телевизора со скрытыми дефектами или три?
Литература :[1,2,3,4,5]
Учебно-методическая литература:[1,2]

Тема7: Функция случайной величины

Плотность распределения, функция распределения и числовые характеристики непрерывной случайной величины (НВС). Нормальное распределение.

3.43. Плотность распределения вероятностей НСВ X имеет вид:

$$f(x)=\begin{cases} Cx^2, \text{ если } -1 \le x \le 1, \\ 0, \text{ если } |x|>1. \end{cases}$$

Найти: а) константу C; б) P ($X\in[-2;0]$); в) M[X]; г) D[X]; д) функцию распределения F(x).

3.44. Плотность распределения вероятностей НСВ X имеет вид:

$$f(x)=\begin{cases} 0, \text{ если } x \notin [0;\pi], \\ C\sin x, \text{ если } x \in [0;\pi]. \end{cases}$$

Найти: а) константу C; б) P ($X\in[\pi/3;\ 5\pi/4]$); в) M[X]; г) функцию распределения F(x).

3.45. Плотность распределения вероятностей НСВ X имеет вид:

$$f(x)=\begin{cases} 0, \text{ если } x<5, \\ C/x^5, \text{ если } x \ge 5. \end{cases}$$

Найти: а) константу C; б) M[X]; в) D[X]; г) P(2<X<10); д) функцию распределения F(x).

3.46. Плотность распределения вероятностей НСВ X имеет вид:

$$f(x)=\begin{cases} 0, \text{ если } x<1, \\ C\,e^{-2x}, \text{ если } x \ge 1. \end{cases}$$

Найти: а) константу C; б) P ($|X|\le 2$); в) функцию распределения F(x).

3.47. Функция распределения НСВ X имеет вид:

1)

$$F(x)=\begin{cases} 0, \text{ если } x<2, \\ (x-2)^2, \text{ если } 2 \le x \le 3 \\ 1, \text{ если } x>3 \end{cases}$$

2)

$$F(x)=\begin{cases} 0, \text{ если } x<2, \\ \dfrac{x^3+2x}{3}, \text{ если } 0 \le x \le 1 \\ 1, \text{ если } x>1. \end{cases}$$

Найти: а) P ($0{,}5 \le X \le 2{,}5$); б) M[X]; в) D[X].

Литература :[1,2,3,4,5]

Учебно-методическая литература:[1,2]

Тема8:Законы распределения и числовые характеристики случайных векторов.

3.48. Дан закон распределения случайного вектора (X,Y) дискретного типа:

x_i \ y_j	0	1	2
- 1	0,1	0,05	0,05
1	0,35	0,25	0,2

а) Найти: P (X= -1, Y=1), P(X=1, Y>0), P(X$\geq$ Y), P(XY$\geq$0).

б) Найти безусловные законы распределения каждой из компонент случайного вектора (X,Y).

в) Выяснить, зависимы или нет случайные величины X и Y.

г) Построить условный закон распределения случайной величины Y при условии X=1 и найти условное математическое ожидание M[Y/X=1].

д) Найти математическое ожидание случайного вектора (m_x, m_y), дисперсии D_X, D_Y каждой компоненты, ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции ρ_{XY}.

3.49. Дан закон распределения случайного вектора (X,Y):

x_i \ y_j	0	1
-1	0,3	0,12
0	p	0,05
1	0,35	0,03

Найти: p, P (X=0, Y=0), P(X$\neq$Y), P(X$\leq$0, Y=1).

Выполнить задания б) – д) из предыдущей задачи для данного случайного вектора.

3.50. Дважды бросается игральная кость. Случайные величины: X – количество выпадений нечетного числа очков, Y – количество выпадений единицы. Построить закон распределения случайного вектора (X,Y). Найти P(X$\leq$Y). Выполнить задания б) – д) из задачи **3.8.1.**

3.51. Один раз подбрасывается игральная кость. Случайные величины: X – индикатор четного числа выпавших очков (X=1, если выпало четное число, и X=0 в остальных случаях), Y – индикатор числа очков, кратного трем (Y=1, если выпало число, кратное трем, и Y=0 в противном случае). Построить закон распределения случайного вектора (X,Y) и безусловные законы распределения компонент. Зависимы или нет случайные величины X и Y? Вычислить m_X, m_Y, D_X, D_Y, ρ_{XY}.

3.52. Производится два выстрела по мишени в неизменных условиях. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Случайные величины: X – число промахов, Y – индикатор попадания при первом выстреле (Y=1, если при первом выстреле было попадание в мишень, и Y=0 в остальных случаях). Построить закон распределения случайного вектора (X,Y) и безусловные законы распределения компонент. Вычислить m_X, m_Y, D_X, D_Y, ρ_{XY}. Зависимы или нет случайные величины X и Y?

3.53. Производится два независимых выстрела по цели с вероятностью попадания в цель, равной 0,6 при первом выстреле и 0,8 при втором. Случайные величины: X - число попаданий при первом выстреле, Y – число попаданий при втором выстреле. Построить закон распределения случайного вектора (X,Y).

3.54. Из колоды в 36 карт наугад достают одну карту. Случайные величины: а) X – число вынутых тузов, Y – число вынутых крестовых карт; б) X – число вынутых тузов, Y – число вынутых карт-картинок. Построить закон распределения случайного вектора (X,Y). Найти коэффициент корреляции ρ_{XY}. Выяснить, зависимы X и Y или нет.

Распределения его компонент:

x_i \ y_j	0	1	3	$P(X=x_i)$
0		0,1	0,15	0,3
1			0,3	
$P(Y=y_j)$	0,25			

Заполнить пустые клетки в таблице. Найти m_X, m_Y, K_{XY}. Зависимы или нет X и Y?

Литература :[1,2,3,4,5]
Учебно-методическая литература:[1,2]

10.3. Тематика контрольных работ и методические указания по их выполнению

1. Контрольная работа по темам 1-5.
2. Контрольная работа по темам 6-8.

По каждой теме проводится тестирование с помощью тестирующих программ, разработанных кафедрой.

10.3. Вопросы для подготовки к экзамену.

1. Основные понятия теории вероятностей. Операции над событиями.
2. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Классическая вероятностная схема.
3. Элементы комбинаторики и вычисление вероятности событий. Геометрическая вероятность.
4. Теорема сложения вероятностей.
5. Условная вероятность. Независимость событий. Теорема умножения вероятностей.
6. Формула полной вероятности.
7. Формула Бейеса.
8. Вероятность событий в схеме Бернулли.
9. Локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа.
10. Определение случайной величины. Функция распределения и ее свойства.
11. Ряд распределения, полигон и функция распределения дискретной случайной величины.
12. Плотность распределения и функция распределения непрерывной случайной величины.
13. Математическое ожидание дискретной и непрерывной случайной величины.
14. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной и непрерывной случайной величины.
15. Распределения дискретных случайных величин: биномиальное, Пуассона. Их числовые характеристики.

16. Равномерное и показательное распределения, их числовые характеристики.
17. Нормальное распределение и его числовые характеристики
18. Понятие случайного вектора на примере системы двух случайных величин. Закон распределения системы двух дискретных случайных величин. Условные законы распределения. Независимые случайные величины.
19. Числовые характеристики системы случайных величин.
20. Предельные теоремы теории вероятностей.
21. Статистические оценки.

Автор-составитель:
Малеж Л.Н. ст.преподаватель кафедры МЭИ и ВТ