

Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Российский экономический университет имени Г.В.
Плеханова»
Ивановский филиал

Утверждено
на заседании совета Ивановского филиала
протокол № 2 от «30» сентября 2016 г.
Председатель совета Арефьева Н.Т.



Кафедра гуманитарных и естественнонаучных дисциплин

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.06.02 ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

38.03.01 Профиль – Финансы и кредит
Экономика Профиль – Бухгалтерский учёт, анализ и аудит

Уровень высшего
образования

бакалавр

Иваново

Рецензенты:

1. Галанов В.А., д.э.н., профессор, заведующий кафедрой «Ценных бумаг и биржевого дела» ФГБОУ ВО «Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова»
2. Анисимова Н.Т., д.э.н., профессор, заведующий кафедрой Высшей математики ФГБОУ ВО «Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова»

Место дисциплины в структуре ОПОП ВО:

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к базовой части блока дисциплин Б.1.

Цель освоения учебной дисциплины «Линейная алгебра»:

1. научить студентов современным методам линейной алгебры, применяемым при анализе экономических процессов;
2. сформировать и развить у студентов навыки применения количественных методов при решении экономических задач, а также навыки самостоятельной работы с учебной литературой.

Задачи курса:

1. обучить студентов основам линейной алгебры;
2. овладеть навыками использования методов линейной алгебры и линейной оптимизации для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса;
3. совершенствовать логическое и аналитическое мышление студентов для развития умения: *понимать, анализировать, сравнивать, оценивать, выбирать, применять, решать, интерпретировать, аргументировать, объяснять, представлять, преподавать, совершенствовать и т.д.*

Рабочая программа составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению: **38.03.01 Экономика**

Рабочая программа по дисциплине «Математический анализ» утверждена на заседании кафедры Высшей математики ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г.В. Плеханова» (протокол № 6 от 9 февраля 2016 г.)

Составители: Чуйко А.С. к.ф.-м..н. профессор кафедры Высшей математики ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г.В. Плеханова»

Шершнев В.Г. к.техн.н. профессор кафедры Высшей математики ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г.В. Плеханова»

Заведующий кафедрой Высшей математики ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г.В. Плеханова»

д.техн.н. профессор О.В. Татарников

Содержание

I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ..	Ошибка! Закладка не определена.
Цель дисциплины	Ошибка! Закладка не определена.
Учебные задачи дисциплины.....	Ошибка! Закладка не определена.
Место дисциплины в структуре ОПОП ВО (основной профессиональной образовательной программы высшего образования).....	Ошибка! Закладка не определена.
Требования к результатам освоения содержания дисциплины.....	Ошибка! Закладка не определена.
Формы контроля.....	Ошибка! Закладка не определена.
II. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	Ошибка! Закладка не определена.
III. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ	Ошибка! Закладка не определена.
IV. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ, ИНФОРМАЦИОННОЕ И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	Ошибка! Закладка не определена.
Рекомендуемая литература	Ошибка! Закладка не определена.
Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)..	Ошибка! Закладка не определена.
Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)	Ошибка! Закладка не определена.
Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	Ошибка! Закладка не определена.
Материально-техническое обеспечение дисциплины (разделов) .	Ошибка! Закладка не определена.
V. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ...	Ошибка! Закладка не определена.
(СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ) С УКАЗАНИЕМ ЧАСОВ И ВИДОВ ЗАНЯТИЙ).....	
VI. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ	Ошибка! Закладка не определена.
6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы (см. таблицу раздела II) ...	Ошибка! Закладка не определена.
6.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания (см. таблицу раздела II и раздел VIII)	Ошибка! Закладка не определена.
6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы	Ошибка! Закладка не определена.
VII. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	Ошибка! Закладка не определена.
VIII. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ	Ошибка! Закладка не определена.
ПРИЛОЖЕНИЯ	

Цель дисциплины

Целью дисциплины «Линейная алгебра» является:

1. научить студентов современным методам линейной алгебры, применяемым при анализе экономических процессов;
2. сформировать и развить у студентов навыки применения количественных методов при решении экономических задач, а также навыки самостоятельной работы с учебной литературой.

Учебные задачи дисциплины:

4. обучить студентов основам линейной алгебры;
5. овладеть навыками использования методов линейной алгебры и линейной оптимизации для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса;
6. совершенствовать логическое и аналитическое мышление студентов для развития умения: *понимать, анализировать, сравнивать, оценивать, выбирать, применять, решать, интерпретировать, аргументировать, объяснять, представлять, преподавать, совершенствовать и т.д.*

Место дисциплины в структуре ОПОП ВО (основной профессиональной образовательной программы высшего образования)

Дисциплина «Линейная алгебра» принадлежит базовой части учебного плана.

Объем дисциплины и виды учебной работы

Показатель объема дисциплины	Всего часов		
	Очная форма	Заочная форма	Очно-заочная форма
Объем дисциплины в зачетных единицах	4		
Объем дисциплины в часах	144		
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	54		
Объем аудиторной работы (всего)	52		
В том числе:			
- лекции	24		
- лабораторные занятия			
- практические занятия	28		
Объем электронного обучения	2		
В том числе:			
- лекции	2		
- практические занятия			
Самостоятельная работа (всего)	54		

Для успешного освоения дисциплины «Линейная алгебра» студент должен знать математику в объеме курса современной общеобразовательной средней школы, базовый уровень которой задается ЕГЭ. При этом необходимо:

Знать математические понятия и символику, виды взаимосвязей между изучаемыми параметрами и утверждениями, математические методы решения простейших задач, способы оценивания результатов вычислений.

Уметь выстраивать аргументацию при доказательстве, распознавать логически некорректные суждения, решать задачи, используя действия над числами, интерпретировать и оценивать результаты вычислений.

Владеть расчетами по формулам, составлять зависимости между величинами с помощью формул, формировать и исследовать модели на базе аппарата алгебры.

Изучение дисциплины «Линейная алгебра» необходимо для дальнейшего изучения дисциплин «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика»,

«Эконометрика», «Теория статистики», «Экономический анализ» и т.д.

Требования к результатам освоения содержания дисциплины.

(Планируемые результаты обучения по дисциплине)

В результате освоения дисциплины у студента должны быть сформированы следующие компетенции:

ОПК-3 – способность к самоорганизации и самообразованию

В результате освоения компетенции **ОПК-3** студент должен:

- 1. Знать:** инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей.
- 2. Уметь:** проанализировать результаты расчетов по математическим моделям и обосновать полученные выводы..
- 3. Владеть:** навыками сведения экономических проблем к математическим моделям и методами их анализа.

Вид деятельности: расчетно-экономическая

ПК-1 - способность собирать и анализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов.

В результате освоения компетенции **ПК-1** студент должен:

- 1. Знать:** методы сбора, анализа, обработки и интерпретации данных для решения экономических задач.
- 2. Уметь:** *собрать и проанализировать* исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов.
- 3. Владеть:** навыками анализа, восприятия и интерпретации информации в результате решения поставленных задач.

Формы контроля

Текущий и рубежный контроль осуществляется лектором и преподавателем, ведущим практические занятия, в соответствии с тематическим планом.

Промежуточная аттестация во 2 семестре- **экзамен**.

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации формируют рейтинговую оценку работы студента. Распределение баллов при формировании рейтинговой оценки работы студента осуществляется в соответствии с «Положением о рейтинговой системе оценки успеваемости и качества знаний студентов в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова». Распределение баллов по отдельным видам работ в процессе освоения дисциплины «Линейная алгебра» осуществляется в соответствии с разделом VIII.

II. Содержание дисциплины «Линейная алгебра»

и описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п п	Наименование раздела дисциплины(темы)	Содержание	Формируемые компетенции	Результаты освоения (знать, уметь, владеть)	Образовательные технологии
Семестр 2					
1	Тема 1. Матрицы и векторы	Матрицы. Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Сложение и произведение матриц. Векторы. Скалярное произведение векторов.	ОПК-1, ПК-1	<i>Знать</i> виды матриц: квадратная, диагональная, единичная, транспонированная, обратная, перестановочная, нулевая, симметрическая, кососимметрическая матрица, вектор строка и столбец; исчисление матриц: умножение на число, сложение, умножение, транспонирование обращение. <i>Уметь</i> осуществлять операции над матрицами. <i>Владеть</i> исчислением матриц.	Лекция, практические занятия, письменное задание, самостоятельная работа студентов, компьютерная симуляция
2	Тема 2. Определитель матрицы	Определитель квадратной матрицы, минор и алгебраическое дополнение. Способы вычисления определителя матрицы и свойства определителей. Ранг матрицы.	ПК-1, ОПК-3	<i>Знать</i> разложение определителя матрицы по элементам строки и столбца, вычисление ранга матрицы. <i>Уметь</i> доказывать свойства определителей. <i>Владеть</i> вычислением определителей.	Практические занятия, письменное задание, компьютерная

					симуляция, самостоятельная работа студентов,
3	Тема 3. Системы линейных уравнений	Системы линейных уравнений: несовместные, совместные, неопределенные, определенные, разрешенные. Элементарные преобразования систем. Общее, частное и базисное решения. Преобразование Жордана. Метод Жордана - Гаусса решения систем линейных уравнений. Теорема о решении однородной системы линейных уравнений. Межотраслевой баланс.	ПК-1, ОПК-3	<i>Знать</i> виды систем линейных уравнений, элементарные преобразования систем линейных уравнений. Виды решений общее, частное, базисное. <i>Уметь</i> обосновывать метод Гаусса для решения системы линейных уравнений. <i>Владеть</i> методами решения систем линейных уравнений, анализом простейших моделей межотраслевого баланса	Лекция, практические занятия, письменное задание, расчетно- аналитическое задание, компьютерная симуляция, самостоятельная работа студентов,
4	Тема 4. Обратная матрица	Необходимые и достаточные условия существования обратной матрицы. Алгоритм нахождения обратной матрицы. Решение матричных уравнений.	ПК-1, ОПК-3	<i>Знать</i> необходимые и достаточные условия существования обратной матрицы, алгоритм отыскания обратной матрицы с помощью метода Гаусса. <i>Уметь</i> обосновывать существования обратной матрицы <i>Владеть</i> методами отыскания обратной матрицы и решением матричных уравнений.	Практические занятия, письменное задание, расчетно- аналитическое задание, компьютерная симуляция, самостоятельная

					работа студентов,
5	Тема 5. Квадратичные формы	Стандартный вид квадратичной формы, изменение при невырожденном линейном преобразовании, канонический вид. Положительная и отрицательная определенная квадратичная формы.	ПК-1, ОПК-3	Знать суммирование, свойства знака суммирования, стандартная и каноническая квадратичные формы, условия Якоби, критерии положительной и отрицательной определенности квадратичной формы. <i>Уметь</i> определять положительную и отрицательную определенность квадратичной формы. <i>Владеть</i> приведением квадратичной формы к стандартному и каноническому виду.	практические занятия, письменное задание, компьютерная симуляция, самостоятельная работа студентов,
6	Тема 6. Системы векторов	Линейно зависимые и линейно независимые <i>системы векторов</i> , их свойства. <i>Ранг и базис</i> системы векторов. Алгоритм нахождения базиса. Базис как максимальная линейно независимая подсистема системы векторов. <i>N</i> - мерное векторное пространство	ПК-1, ОПК-3	<i>Знать</i> определения линейно зависимых и линейно независимых систем векторов и их свойства, базиса и ранга системы векторов. <i>Уметь</i> обосновать свойства систем векторов и единственность разложения векторов системы по базису. <i>Владеть</i> методом отыскания базиса системы векторов и разложения каждого вектора системы по векторам базиса.	Лекция, практические занятия, письменное задание, расчетно-аналитическое задание, самостоятельная работа студентов, компьютерная симуляция

7	Тема 7. Линейные задачи оптимизации	Общая и каноническая задачи линейного программирования. Допустимое и оптимальное решение задачи линейного программирования. Простейшие свойства задачи линейного программирования. Примеры экономических задач, сводимых к задаче линейного программирования.	ПК-1, ОПК-3	<i>Знать</i> формы записи общей и канонической задач линейного математического программирования; задачи о рациионе, производственные, транспортные задачи, сводимые к задачам математического программирования. <i>Уметь</i> доказывать простейшие свойства задач математического программирования. <i>Владеть</i> сведениями простейшие экономические задачи к задачам математического программирования.	Лекция, самостоятельная работа студентов
8	Тема 8. Графический метод	Системы линейных неравенств. Графический метод решения задач линейного программирования с двумя и более переменными.	ПК-1, ОПК-3	<i>Знать</i> принципы решения линейных неравенств на плоскости и построения вектора градиента. <i>Уметь</i> изобразить на плоскости множество допустимых решений задачи линейного математического программирования, сводить задачу с n переменными и ограничениями в виде m уравнений ($1 \leq n-m \leq 2$) к задаче, решаемой графически. <i>Владеть</i> графическим методом решения задачи линейного математического программирования.	Практические занятия, письменное задание, расчетно-аналитическое задание, самостоятельная работа студентов компьютерная симуляция
9	Тема 9. Свойства решений задачи линейного	Опорное решение канонической задачи линейного программирования. Базис опорного решения и его свойства.	ПК-1, ОПК-3	<i>Знать</i> определения опорного решения и его базиса для ограничений задачи линейного математического программирования в виде системы линейных уравнений и не отрицательности переменных.	Лекция, практические занятия, письменное

	программирования			<p><i>Уметь</i> доказывать свойства базисов опорного решения.</p> <p><i>Владеть</i> способами отыскания опорных решений и их базисов для задачи линейного математического программирования.</p>	<p>задание,</p> <p>самостоятельная работа студентов</p>
10	Тема 10. Симплексный метод	<p>Достаточное условие оптимальности опорного решения канонической задачи линейного программирования. Симплекс таблица и ее свойства. Начальное опорное решения и переход от одного опорного решения к другому. Теорема о неограниченности целевой функции.</p>	ПК-1, ОПК-3	<p><i>Знать</i> достаточное условие оптимальности опорного решения, симплексную таблицу и ее свойства, условия неограниченности целевой функции на множестве допустимых решений.</p> <p><i>Уметь</i> доказывать достаточное условие оптимальности опорного решения и неограниченность целевой функции на множестве допустимых решений.</p> <p><i>Владеть</i> подходами к формированию симплекс таблицы и переходом с их помощью от одного опорного решения к другому.</p>	<p>Лекция,</p> <p>практические занятия,</p> <p>письменное задание,</p> <p>расчетно-аналитическое задание,</p> <p>самостоятельная работа студентов</p>
11	Тема 11. Алгоритм симплексного метода	<p>Решение <i>симплексным методом</i> канонической задачи линейного программирования. Разрешимость канонической задачи линейного программирования.</p>	ПК-1, ОПК-3	<p><i>Знать</i> какие задачи решаются с помощью симплекс метода и условия разрешимости этих задач.</p> <p><i>Уметь</i> доказывать разрешимость задач линейного математического программирования.</p> <p><i>Владеть</i> алгоритмом симплекс метода для решения экономических задач, сводимых к задачам линейного математического программирования.</p>	<p>Интерактивная лекция,</p> <p>практические занятия,</p> <p>письменное задание,</p> <p>расчетно-аналитическое задание,</p> <p>самостоятельная работа студентов</p>

1 2	Тема 12. Метод искусственного базиса	Метод искусственного базиса для нахождения первоначального опорного решения исходной канонической задачи линейного программирования. Признак оптимальности опорного решения. Условия для отсутствия оптимального решения.	ПК-1, ОПК-3	<i>Знать</i> для решения какой проблемы используется метод искусственного базиса, способы сведения задачи линейного программирования к задаче с искусственным базисом, признаки существования опорного и оптимального решения задачи линейного программирования. <i>Уметь</i> обосновывать использование метода искусственного базиса. <i>Владеть</i> методом искусственного базиса для решения задач линейного математического программирования.	Интерактивная лекция, практические занятия, письменное задание, расчетно-аналитическое задание, самостоятельная работа студентов
1 3	Тема 13. Теория двойственности в линейном программировании	Первая и вторая <i>теоремы двойственности</i> , их применение для решения задач линейного программирования. Теоремы об отсутствии решения. Экономическая интерпретация взаимно <i>двойственных задач линейного программирования</i> .	ПК-1, ОПК-3	<i>Знать</i> теоремы двойственности линейного программирования, экономическую интерпретацию взаимно двойственных задач. <i>Уметь</i> доказывать теоремы двойственности, проводить исследование оптимального решения исходной задачи с помощью ограничений задачи, двойственной к исходной, использовать результаты теоремы двойственности для решения исходной задачи. <i>Владеть</i> методами описания и формирования взаимно двойственных задач и их решениями.	Лекция, практические занятия, письменное задание, расчетно-аналитическое задание, самостоятельная работа студентов компьютерная симуляция
1 4	Тема 14. Транспортная задача	Математическая модель. Необходимые и достаточные условия разрешимости транспортной задачи. Методы построения опорного решения	ПК-1, ОПК-3	<i>Знать</i> математическую постановку транспортной задачи, способы отыскания первоначального опорного решения и достаточные условия его	Лекция, практические

	<p>линейного программирования</p>	<p>транспортной задачи. Переход от одного опорного решения к другому. Достаточное условие оптимальности опорного решения. Метод потенциалов. Задача с неправильным балансом. Задача о назначении.</p>		<p>оптимальности.</p> <p><i>Уметь</i> строить первоначальное опорное решение, его базис, обосновывать достаточное условие оптимальности опорного решения.</p> <p><i>Владеть</i> методом потенциалов для решения транспортной задачи и задачи о назначении</p>	<p>занятия,</p> <p>письменное задание,</p> <p>расчетно-аналитическое задание,</p> <p>самостоятельная работа студентов</p> <p>компьютерная симуляция,</p>
--	-----------------------------------	---	--	---	--

III. Образовательные технологии

В процессе освоения дисциплины «Линейная алгебра» используются следующие образовательные технологии:

1. Стандартные методы обучения:

- лекции;
- практические занятия, на которых обсуждаются основные проблемы, освещенные в лекциях и сформулированные в домашних заданиях;
- письменные или устные домашние задания;
- расчетно-аналитические, расчетно-графические задания;
- консультации преподавателей;
- самостоятельная работа студентов, в которую входит освоение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям, выполнение указанных выше письменных/устных заданий, работа с литературой.

2. Методы обучения с применением интерактивных форм образовательных технологий:

- Интерактивные лекции
- Компьютерные симуляции

IV. Учебно-методическое, информационное и материально-техническое обеспечение дисциплины

Рекомендуемая литература

Основная литература:

1. Кремер Н.Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н.Ш.Кремера / Н.Ш. Кремер, М.Н. Фридман. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Юрайт, 2014. - 308 с. - (Бакалавр.Академический курс),
2. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник для студентов, обучающихся по экономическим специальностям / под ред. Н.Ш.КРЕМЕРА / Н.Ш. Кремер. - 4-е изд., перераб. и доп. М.: Юрайт, 2012. - 909 с. - (Бакалавр. Углубленный курс).-гриф МО РФ
3. Рудык Б. М. Линейная алгебра: Учебное пособие / Б.М. Рудык. М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 318 с. - (Высшее образование:Бакалавриат).-гриф
4. Лычкин В.Н. Аналитическая геометрия, векторная алгебра, линейная алгебра в задачах и упражнениях: учебное пособие / В.Н.Лычкин. М.: ФГБОУ ВПО РГАЗУ, 2014.- 152 с.

Дополнительная литература:

- 1.Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: Учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 472 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование:Бакалавриат)..-гриф УМО
2. Журнал «Естественные и математические науки в современном мире» 2012-2014 гг.
3. Журнал «Математика и ее приложения. Журнал Ивановского математического общества» 2010-2011 гг.

Нормативно-правовые документы:

В рамках изучения дисциплины «Линейная алгебра» не используются.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимые для освоения дисциплины

2. [alleng.ru>d/math/math160.htm](http://alleng.ru/d/math/math160.htm).
3. <http://www.mfthserfer.com>.
4. <http://www.matemonline.com>

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

№ п/п	Перечень информационных технологий, программного обеспечения, информационных справочных систем	темы
1	MS Excel	Темы 1, 2, 3, 4, 11, 12,14
2	DERIVE	

Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Тема 1. Матрицы и векторы

Литература: [Б-1], [Б-2], [О-1, О-2],[Д-1 - Д-3].

Вопросы для самопроверки

1. При каких условиях матрица A с элементами a_{ij} , где $i=1, 2, \dots, m_1, j=1, 2, \dots, n_1$, и матрица B с элементами b_{ij} , где $i=1, 2, \dots, m_2, j=1, 2, \dots, n_2$, будут равными?
2. Чему равна величина элемента c_{ij} матрицы C , которая является результатом сложения матрицы A с элементами a_{ij} , где $i=1, 2, \dots, m_1, j=1, 2, \dots, n_1$, и матрицы B с элементами b_{ij} , где $i=1, 2, \dots, m_2, j=1, 2, \dots, n_2$; укажите также в каких пределах при этом изменяются индексы элемента c_{ij} ?
3. Чему равна величина элемента c_{ij} матрицы C , которая является результатом умножения матрицы A с элементами a_{ij} , где $i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n_1$, справа на матрицу B с элементами b_{ij} , где $i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, k$, а также укажите в каких пределах при этом изменяются индексы элемента c_{ij} ?
4. Какие свойства операции сложения и умножения матриц совпадают со свойствами операции сложения и умножения чисел?
5. Всегда ли матрица с диагональными элементами, равными единице, является единичной матрицей?
6. Какие действия необходимо проделать с элементами данной матрицы, чтобы получить транспонированную матрицу к данной матрице?

Задания для самостоятельной работы

1. Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 6 & -2 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

- а) Вычислить: $A^2 + 5 \cdot A - 4 \cdot E$, $B^2 - 2A + 3 \cdot E$; A^3 ; B^4 ; $A \cdot B$; $B \cdot A$; $A \cdot E$; $B \cdot E$; $C \cdot D$.
 - в) Вычислить и сравнить: $A^2 - B^2$ и $(A-B) \cdot (A+B)$; $(A-B)^2$ и $A^2 - 2A \cdot B + B^2$.
2. Укажите пару матриц второго порядка A и B таких, что $A \neq E$, $B \neq E$ и $A-B=3E$.
 3. Инвестор купил акции 4-х компаний – 100 акций компании K_1 , 80 – K_2 , 120 – K_3 и 50 – K_4 по ценам 100, 200, 60 и 150 д.е., соответственно. Выпишите матрицу числа, купленных акций каждой компании, и матрицу цен акций, а затем найдите общие затраты инвестора через произведение этих матриц. После увеличения на 110% цен на акции всех компаний инвестор продал половину акций каждой компании. Выпишите матрицу доходов от продажи акций каждой компании.

Тема 2. Определитель матрицы

Литература: [Б-1], [Б-2], [О-1, О-2],[Д-1 - Д-3].

Вопросы для самопроверки

1. Каждая ли матрица имеет определитель?
2. Как вычислить определитель матрицы n -го порядка?
3. Как вычислить алгебраическое дополнение элемента a_{ij} матрицы n -го порядка?
4. Перечислите основные свойства определителя матрицы.
5. Как изменится величина определителя матрицы, если матрицу умножить на число, не равное нулю?
6. Перечислите виды матриц, определители которых равны нулю.

Задания для самостоятельной работы

1. Вычислите определители следующих матриц: $\begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} b & 1 & 1 \\ b & 0 & 0 \\ 0 & b & -b \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 \\ 8 & 9 & 12 \end{bmatrix}$,

2. Решить уравнение $\det \begin{bmatrix} 9 & x^2 & 4 \\ 3 & x & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 0$;

Тема 3. Системы линейных уравнений

Литература: [Б-1], [Б-2], [О-1, О-2],[Д-2]-[Д-3].

Вопросы для самопроверки

1. Что общего и чем отличаются тривиальное и противоречивое уравнения?
2. Что утверждает теорема о свободных неизвестных?
3. При каких условиях разрешенная СЛУ является определенной и при каких – неопределенной?
4. Перечислите преобразования, переводящие СЛУ в равносильную СЛУ.
5. Чем отличается базисное решение СЛУ от других частных решений той же СЛУ?
6. Если k-число шагов, проделанных при решении СЛУ с m уравнениями методом Гаусса, то, какие из соотношений: $m < k$, $m = k$, $m > k$ - невозможны?
7. Если однородная СЛУ с m уравнениями и n переменными имеет ненулевое решение, то какие из соотношений: $n < m$, $n = m$, $n > m$ - невозможны?

Задания для самостоятельной работы

1. Акции двух корпораций конкурируют на рынке. Зависимость спроса на акции первой корпорации x_1 и на акции второй корпорации x_2 от цены p_1 , p_2 на эти акции выражается уравнениями:

$$\begin{cases} x_1 = 17 - 2p_1 + 0,5p_2, \\ x_2 = 20 - 3p_2 + 0,5p_1, \end{cases}$$

а зависимость предложения этих акций x_1'' , x_2'' и цен на них выражается уравнениями:

$$\begin{cases} p_1 = 2 + x_1'' + (1/3)x_2'', \\ p_2 = 2 + 0,5x_1'' + 0,25x_2''. \end{cases}$$

Рыночное равновесие представляет собой равенство спроса и предложения. Найдите равновесные величины x_1 , x_2 , x_1'' , x_2'' , p_1 , p_2 .

2. Решить СЛУ методом Гаусса. Выписать базисное решение и не равное ему частное решение.

$$\begin{cases} x_1 - 7x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -5, & 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 1, & 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 5, \\ 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1. & 7x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 8x_4 = 6. \end{cases}$$

3. Найти хотя бы одну матрицу, перестановочную с матрицей $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Тема 4. Обратная матрица

Литература: [Б-1], [Б-2], [О-1, О-2],[Д-1 - Д-3].

Вопросы для самопроверки

1. Какая матрица может быть обратной к данной матрице А?
2. Как, используя метод Гаусса, найти матрицу, обратную к данной матрице?

Задания для самостоятельной работы

1. Найти матрицу, обратную к матрице: а) $\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Найти матрицу С, если $AC=B$, $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 7 & 4 & 10 \end{pmatrix}$.
3. С помощью обратной матрицы решить СЛУ:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4. \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

Тема 5. Квадратичные формы

Литература: [Б-1], [О-1, О-2].

Вопросы для самопроверки

1. Свойство знака суммы.
2. Канонический базис квадратичной формы. Условие Якоби.
3. Критерий Сильвестра.

Задания для самостоятельной работы

1. Записать квадратичную форму $x_1^2 - 2x_1x_2 + 3x_1x_3 + 4x_2^2 - 2x_3x_1$ в стандартном виде и найти ее матрицу.

Тема 6. Системы векторов

Литература: [Б-1], [Б-2], [О-1, О-2].

Вопросы для самопроверки

1. Является линейно зависимой или линейно независимой система векторов, из которых состоит матрица условий однородной СЛУ, имеющая более одного решения?
2. Какой вектор нужно добавить в любую систему векторов, чтобы полученная таким образом система векторов стала линейно зависимой?
3. Сколько существует способов разложения любого вектора из системы векторов по векторам базиса этой системы?
4. Какая линейно независимая часть системы векторов является базисом этой системы?
5. Каким числом определяется размерность векторного пространства?

Задания для самостоятельной работы

1. Выяснить, является ли данная система векторов линейно зависимой:
1.1. $A_1 = (5, 7, 12)$, $A_2 = (0, -1, 4)$, $A_3 = (2, 3, 4)$, $A_4 = (3, 5, 4)$, $A_5 = (8, 6, -3)$;
1.2. $A_1 = (2, 10, 12)$, $A_2 = (1, -6, -8)$, $A_3 = (3, 4, 4)$, $A_4 = (5, 3, 2)$, $A_5 = (8, 9, 0)$;
2. Для систем векторов п.1 найти все базисы. Разложить все векторы системы по векторам одного из базисов системы. Определить ранг каждой системы векторов.

Тема 7. Линейные задачи оптимизации

Литература: [Б-1], [Б-2], [О-1, О-2],

Вопросы для самопроверки

1. Опишите общую и каноническую задачу линейного программирования.
2. Дайте определение допустимого и оптимального решения задачи линейного программирования.

3. Как понимать высказывание: «решить задачу линейного программирования»?
4. Какие действия с целевой функцией не влияют на результат решения задачи линейного программирования?
5. Дайте содержательную и математическую постановку задачи планирования работы предприятия.
6. Дайте содержательную и математическую постановку задачи планирования рационального питания.
7. Дайте содержательную постановку задачи планирования транспортных перевозок.
8. Опишите процесс математической постановки задачи планирования транспортных перевозок.
9. Напишите математическую постановку задачи планирования транспортных перевозок.

Тема 8. Графический метод.

Литература: [Б-1], [Б-2], [О-1, О-2].

Вопросы для самопроверки

1. Какие из множеств $[a,b]$, $[a, b)$, $(-\infty, b]$, (a, b) , $(a, +\infty)$ являются замкнутыми?
2. Какие из множеств п.1 являются ограниченными?
3. Напишите формулу для нахождения расстояния от начала координат до прямой линии, заданной уравнением $Ax+By+C=0$.
4. Когда прямая линия является опорной к некоторому множеству?
5. Задачи линейного программирования, какой размерности можно решать графическим методом?
6. Опишите последовательность решения задачи линейного программирования с m переменными и n ограничениями в виде линейных уравнений, если $1 \leq n-m \leq 2$.

Задания для самостоятельной работы

Решить графическим методом

1.

$$f(X) = -x_1 - x_2 - x_3 \quad (\min),$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = -1, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, .$$

2.

$$f(X) = 2x_1 + x_2 - x_4 \quad (\max),$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

Тема 9. Свойства решений задачи линейного программирования

Литература: [Б-1], [Б-2], [О-1, О-2],

Вопросы для самопроверки

1. Выпишите в координатной форме j -й вектор условий канонической задачи линейного программирования.
2. Дайте определение опорного решения канонической задачи линейного программирования.
3. Сформулируйте теорему о существовании опорного решения.

4. Дайте определение базиса опорного решения.
5. Сколько базисов системы векторов условий канонической задачи линейного программирования может соответствовать опорному решению?
6. Сколько ненулевых координат может иметь опорное решение?
7. Какое максимальное количество базисов системы векторов условий может соответствовать невырожденному опорному решению?

Задания для самостоятельной работы

1. Дана система условий канонической задачи линейного программирования и векторы $\alpha^{(k)}$. Выяснить, являются ли эти векторы опорными решениями данной задачи:

$$\cdot \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \end{cases} \quad x_j \geq 0, \quad j=1, 2, 3, 4.$$

2. Образуют ли векторы A_1, \dots, A_r базис опорного решения α для системы условий канонической задачи линейного программирования:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 1, \end{cases} \quad x_j \geq 1, \quad j=1, 2, 3, 4.$$

$$\alpha = (1, 0, 0, 1); \quad A_1, A_4; \quad A_2, A_4.$$

3. Найти все базисы данного опорного решения:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1, \end{cases} \quad x_j \geq 1, \quad j=1, 2, 3, 4.$$

$$\alpha = (1, 0, 0, 0);$$

4. Является ли базис системы векторов условий данной канонической задачи линейного программирования базисом некоторого опорного решения этой задачи?

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ -x_1 - x_2 + x_3 = 2, \end{cases} \quad x_j \geq 1, \quad j=1, 2, 3.$$

$$A_2, A_3.$$

5. Найти все опорные решения для системы условий канонической задачи линейного программирования:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = -1, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 3, \end{cases} \quad x_j \geq 1, \quad j=1, 2, 3, 4.$$

Тема 10. Симплексный метод

Литература: [Б-1], [Б-2], [О-1, О-2],

Вопросы для самопроверки

1. Как получить симплекс таблицу системы векторов условий канонической задачи линейного программирования?
2. Чему соответствуют элементы столбца ограничений В симплекс таблицы, приведенной к базису опорного решения?
3. Какова величина оценок векторов базиса опорного решения в соответствующей симплекс таблице?
4. Какова величина оценки столбца ограничений В симплекс таблицы, приведенной к базису опорного решения?
5. Сформулируйте теорему о достаточном условии оптимальности опорного решения.
6. Сформулируйте теорему о неограниченности целевой функции канонической задачи линейного программирования на минимум.

Задания для самостоятельной работы

1. Доказать, что опорное решение α является оптимальным решением для данной КЗЛП

$$f(X) = x_1 - 2x_2 + x_3 \quad (\min),$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 2, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3,.$$

$$\alpha = (1, 1, 0).$$

2. Используя опорное решение α данной КЗЛП, доказать неограниченность ее целевой функции.

$$f(X) = -x_1 - x_2 - x_3 \quad (\min),$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = -1, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3,.$$

$$\alpha = (0, 1, 3).$$

Тема 11. Алгоритм симплексного метода.

Литература: [Б-1], [Б-2], [О-1, О-2],

Вопросы для самопроверки

1. Если все оценки векторов условий в симплекс таблице оказались неположительными, то каковы последующие действия при решении канонической задачи линейного программирования на минимум симплекс методом?
2. В симплекс таблице среди оценок векторов условий КЗЛП имеется положительная. Каковы последующие действия при решении канонической задачи линейного программирования на минимум симплекс методом?
3. Каков критерий выбора разрешающего элемента для перехода к новому опорному решению?
4. Какой критерий на каждом шаге симплекс метода используется для ускорения процесса нахождения оптимального решения?
5. Каков результат перехода от одной симплекс таблицы к другой, если элемент столбца B , стоящий в одной строке с разрешающим элементом, равен нулю?
6. Запишите выражение для любого оптимального решения, если при решении КЗЛП два опорных решения оказались оптимальными?

Задания для самостоятельной работы

Найти оптимальное решение канонической задачи линейного программирования при заданном опорном решении:

1.

$$f(X) = x_1 + 2x_2 - x_3 \quad (\min),$$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \end{cases} \quad x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3,.$$

$$\alpha = (1, 1, 0)$$

2.

$$f(X) = 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 \quad (\max)$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 1, \end{cases} \quad x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

$$\alpha = (0, 0, 1, 1)$$

3.

$$f(X) = \begin{cases} x_1 + x_2 + 13x_4 - x_5 + 3x_6 & (\min) \\ x_1 - x_2 - x_3 - 9x_4 - 4x_5 + 5x_6 & = -5, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 - x_5 + 2x_6 & = 4, \\ & x_3 + 8x_4 + 2x_5 - 2x_6 = 6, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6.$$

$$\alpha = (4, 3, 6, 0, 0, 0).$$

Тема 12. Метод искусственного базиса

Литература: [Б-1], [Б-2], [О-1, О-2].

Вопросы для самопроверки

1. Записать искусственную задачу для данной канонической задачи линейного программирования.
2. Когда искусственная каноническая задача линейного программирования имеет оптимальное решение?
3. При каком решении искусственной канонической задачи линейного программирования исходная задача имеет опорное решение?
4. При каком решении искусственной канонической задачи линейного программирования исходная задача не имеет решений?
5. При каких условиях число искусственных переменных меньше, чем число уравнений в исходной задаче?

Задания для самостоятельной работы

1. Найти опорное решение, используя метод искусственного базиса, для следующих задач линейного программирования:

$$f(X) = x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 \quad (\min),$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 2, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 5, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

2. Решить задачи:

2.1.

$$f(X) = \begin{cases} x_1 - 5x_2 - x_3 + x_4 & (\max). \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 & = 3, \\ 2x_1 & + 3x_3 - x_4 = 4, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4.$$

2.2.

$$f(X) = \begin{cases} 2x_1 + 8x_2 + x_3 - 2x_4 & (\min). \\ x_1 & + 2x_3 = 6, \end{cases}$$

$$x_2 - x_3 + x_4 = 5,$$

$$6x_2 + x_3 = 9,$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4.$$

Тема 13. Теория двойственности и линейное программирование

Литература: [Б-1], [Б-2], [О-1, О-2],

Вопросы для самопроверки

1. Каково соответствие между числом переменных и числом ограничений для пары взаимно двойственных задач линейного программирования?
2. Напишите симметричную пару взаимно двойственных задач.
3. Как соотносятся величины целевых функций пары взаимно двойственных задач линейного программирования на их допустимых решениях?
4. Когда допустимые решения пары взаимно двойственных задач являются оптимальными решениями этих задач?
5. Какова система ограничений одной из пары взаимно двойственных задач, если целевая функция другой задачи не ограничена на множестве своих допустимых решений?
6. Сформулируйте и докажите 2-ю теорему двойственности.
7. Опишите схему формирования пары взаимно двойственных задач линейного программирования при планировании работы предприятия.
8. Как используется ресурс, если его ценность положительна и какова ценность этого ресурса, если он используется не полностью?
9. Если при производстве продукции по некоторому технологическому способу ценность затрачиваемых ресурсов больше ценности производимой продукции, то, как используется данный технологический способ в производстве продукции?

Задания для самостоятельной работы

1. Составить двойственную задачу к данной задаче:

$$2. f(X) = 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 \quad (\max),$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 \leq 5, \\ x_1 + x_2 - 5x_3 \geq 2, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 4, \\ x_j \geq 0, j=1, 2, 3. \end{cases}$$

$$3. f(X) = x_1 + x_2 + x_3 \quad (\min),$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 \leq 3, \\ 2x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 4, \\ x_1 - x_2 + 5x_3 \leq 10, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2. Зная оптимальное решение данной задачи, найти оптимальное решение двойственной задачи, используя вторую теорему двойственности.

$$2.1. f(X) = 4x_1 + 12x_2 + x_3 \quad (\min),$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 3, \\ 4x_1 + x_2 - 5x_3 \geq 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 2, \\ x_j \geq 0, j=1, 2, 3, \end{cases} \quad \alpha^0 = (0, 0, 3).$$

$$2.2. f(X) = 2x_1 + x_2 + 3x_3 \quad (\max),$$

$$\begin{cases} x_1 + 7x_2 + x_3 \leq 25, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 45, \\ -4x_1 + x_2 + x_3 \leq 8, \\ x_j \geq 0, j=1, 2, 3, \end{cases} \quad \alpha^0 = (5, 0, 20).$$

3. Найти оптимальное решение данной задачи, решив двойственную к ней задачу.

$$3.1. f(X) = 6x_1 + 9x_2 + 15x_3 \quad (\min),$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 4, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 \geq 2, \\ x_j \geq 0, j=1, 2, 3. \end{cases}$$

$$3.2.. \quad f(X) = 6x_1 + 2x_2 + 5x_3 \quad (\min),$$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + x_3 \geq 2, \\ 2x_1 - 4x_2 - x_3 \geq 3, \\ x_j \geq 0, j=1, 2, 3, \\ x_j \geq 0, j=1, 2, 3, \end{cases}$$

4. Является ли данный вектор α оптимальным решением задачи ЛП?

$$4.1. \quad f(X) = x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 \quad (\min),$$

$$\begin{cases} 8x_1 + 7x_2 + 6x_3 + 28x_4 = 28, \\ 4x_2 + 3x_3 + 11x_4 = 11, \\ 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 5, \\ x_j \geq 0, j=1, 2, 3, 4, \end{cases} \quad \alpha = (1, 2, 1, 0).$$

$$4.2. \quad f(X) = x_1 + 5x_2 - x_3 \quad (\max),$$

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + x_3 \leq 12, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 3, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 \leq 2, \\ x_j \geq 0, j=1, 2, 3, \end{cases} \quad \alpha = (0, 2, 0).$$

Тема 14. Транспортная задача линейного программирования

Литература: [Б-1], [Б-2], [О-1, О-2],

Вопросы для самопроверки

1. Сформулируйте содержательную и математическую постановку транспортной задачи линейного программирования.
2. Чем характерна матрица условий транспортной задачи и какова размерность этой матрицы?
3. Как связаны между собой матрица условий транспортной задачи и транспортная таблица?
4. Какова связь между ациклическим набором клеток транспортной таблицы и соответствующей системой векторов условий транспортной задачи?
5. Какие векторы системы векторов условий транспортной задачи образуют ее базис, и каков ранг этой системы векторов?
6. Дайте определение опорного решения транспортной задачи.
7. Опишите метод минимальной стоимости для нахождения первоначального опорного решения транспортной задачи линейного программирования.
8. Опишите алгоритм метода потенциалов для нахождения оптимального решения транспортной задачи линейного программирования.

Задания для самостоятельной работы

Найдите оптимальное решение транспортной задачи линейного программирования, заданной транспортной таблицей:

2	1	3	40
1	4	2	20
4	2	1	40
1	5	3	20
			a_i
30	60	30	b_j

9	5	3	10	25
6	3	3	2	55
3	8	4	8	20
				a_i
45	15	20	20	b_j

Материально-техническое обеспечение дисциплины

Дисциплина «Линейная алгебра» обеспечена электронным курсом лекций и аудиториями, оборудованными проекторами и ноутбуками.

V. Тематический план изучения дисциплины
(Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием часов и видов занятий)

№ п/п	Наименование разделов и тем	Контактные часы								Самостоятельная работа		Формы текущего контроля
		Аудиторные часы						Часы электронной формы обучения		Формы	Часы	
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Всего аудиторных	В том числе интерактивных		Лекции	Практические			
1	Тема 1. Матрицы и векторы	2	2	-	4	комп. сим.	2	-	-	лит., п.з.	3	проверка п. з.(к/р)
2	Тема 2. Определители матриц	-	2	-	2	комп. сим.	2	-	-	лит., п.з., комп.сим.	2	проверка п. з.(к/р)
3	Тема 3. Системы линейных уравнений	3	4	-	7	комп. сим.	2	-	-	лит., п.з., р.а.з., комп.сим.	7	проверка п. з.(к/р) и р.-а. з.
4	Тема 4. Обратная матрица	-	1	-	1	комп. сим.	1	-	-	лит., п.з., р.а.з.	2	проверка п. з.(к/р) и р.-а. з.
5	Тема 5. Квадратичные формы	-	1	-	1	комп. сим.	1	-	-	лит., п.з., комп.сим.	2	проверка п. з.
6	Тема 6. Системы векторов	2	3	-	5	комп. сим.	2	-	-	лит., п.з.	2	тест, проверка п. з.(к/р)
7	Тема 7. Линейные задачи оптимизации	1	-	-	1	-	-	1	-	лит., п.з.	2	проверка п. з.
8	Тема 8. Графический метод	-	2	-	2	комп. сим.	2	-	-	лит., п.з., р.а.з.	5	проверка п. з.(к/р) и р.-а. з.
9	Тема 9. Свойства решений задачи линейного программирования	2	2	-	4	-	-	-	-	лит., п.з.	4	проверка п. з.(к/р)

10	Тема 10. Симплексный метод	4	2	-	6	-	-	1	-	лит., п.з.	6	проверка п. з.(к/р) и р.-а. з.
11	Тема 11. Алгоритм симплексного метода	2	2	-	4	И.л.	2	-	-	лит., п.з., р.а.з.	5	проверка п. з.(к/р) и р.-а. з.
12	Тема 12. Метод искусственного базиса	2	2	-	4	И.л.	2	-	-	лит., п.з., р.а.з., комп.сим.	4	проверка п. з.(к/р) и р.-а. з.
13	Тема 13. Теория двойственности	2	2	-	4	комп. сим.	2	-	-	лит., п.з., р.а.з.	4	проверка п. з.(к/р) и р.-а. з.
14	Тема 14. Транспортная задача	4	3	-	7	комп. сим.	2	-	-	лит., п.з., р.а.з.	6	проверка п. з.(к/р) и р.-а. з.
Итого:		24	28	-	52	-	-	-	-		54	
											36	ЭКЗАМЕН
Всего по дисциплине		24	28	-	52	-	20	2	-	-	90	-

Сокращения, используемые в Тематическом плане изучения дисциплины:

№ п/п	Сокращение	Вид работы
1.	лит	Работа с литературой
2.	п.з. (к/р)	Выполнение домашнего письменной задания
3.	р.а.з.	Расчетно-аналитическое задание
4.	И.л.	Интерактивная лекция
5.	комп.сим.	Компьютерная симуляция
6.	Р.-а.з.	Расчётно-аналитическое задание

VI. Фонд оценочных средств¹

Оценочные средства по дисциплине разработаны в соответствии с Положением о фонде оценочных средств в ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г.В.Плеханова».

(Фонд оценочных средств, обеспечивающей преподавание данной дисциплины, хранится на кафедре)

6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы (см. таблицу раздела II)

6.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания (см. таблицу раздела II и раздел VIII)

¹Приведены примеры из ФОС

6.1 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

• Тематика курсовых работ

Согласно учебному плану по дисциплине «Линейная алгебра» курсовые работы не предусмотрены.

• Вопросы к экзамену

1. Матрицы. Линейные операции над ними. Умножение матриц.
2. Определитель квадратной матрицы. Минор. Алгебраическое дополнение.
3. Понятие о линейном алгебраическом уравнении, его решении. Системы линейных уравнений, их классификация по количеству решений. Векторная и матричная формы записи систем линейных уравнений.
4. Разрешенная система уравнений. Общее, частное и базисное решения. Эквивалентные преобразования систем линейных уравнений.
5. Преобразование Жордана систем линейных уравнений.
6. Метод Жордана-Гаусса решения систем линейных уравнений.
7. Теорема о решении однородной системы линейных уравнений.
8. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
9. Базис системы векторов. Единственность разложения вектора по базису. Теорема о единичном базисе.
10. Теорема о числе векторов, входящих в базис. Ранг системы векторов и матриц.
11. Теорема о двух системах векторов, которым соответствуют равносильные системы уравнений. Алгоритм нахождения базиса.
12. Базис как максимальная линейно независимая подсистема векторов. N - мерное векторное пространство.
13. Обратная матрица, алгоритм ее нахождения. Необходимые и достаточные условия существования обратной матрицы. Решение матричных уравнений.
14. Применение определителей для решения систем линейных уравнений. Формулы Крамера.
15. Квадратичная форма: её стандартный вид; изменение при невырожденном линейном преобразовании; канонический вид. Знакоопределённая квадратичная форма.
16. Предмет математического программирования. Математическая модель экономической задачи. Общая задача математического программирования.
17. Примеры составления математических моделей задач линейного программирования. Задача об использовании ресурсов. Задача о рационе.
18. Различные формы записи задач линейного программирования.
19. Приведение общей задачи линейного программирования к каноническому виду.
20. Решение линейных неравенств. Графический метод решения задач линейного программирования с двумя переменными.
21. Графический метод решения задачи линейного программирования с n переменными.
22. Теорема об экстремуме целевой функции задачи линейного программирования.
23. Теорема о существовании опорного решения.
24. Базис опорного решения и теорема о существовании базиса опорного решения
25. Связь между базисом системы векторов условий канонической задачи и базисом опорного решения. Конечность числа опорных решений.
26. Теорема об оптимальных решениях канонической задачи.
27. Свойства симплексной таблицы.
28. Достаточное условие оптимальности опорного решения канонической задачи.
29. Теорема о неограниченности целевой функции.

30. Решение симплексным методом канонической задачи линейного программирования.
31. Теорема о разрешимости канонической задачи.
32. Искусственная задача линейного программирования и ее свойства.
33. Теорема о методе искусственного базиса решения задач линейного программирования.
34. Двойственные задачи линейного программирования, пример их составления. Правило составления двойственной задачи. Симметричные и несимметричные пары двойственных задач.
35. Первая теорема двойственности.
36. Вторая теорема двойственности.
37. Экономическая интерпретация двойственности в линейном программировании.
38. Транспортная задача линейного программирования: содержательная и математическая постановка.
39. Необходимое и достаточное условия разрешимости транспортной задачи.
40. Свойство системы ограничений транспортной задачи. Взаимосвязь линейной зависимости векторов условий и циклов.
41. Опорное решение транспортной задачи, методы его построения.
42. Цикл перехода от одного опорного решения к другому. Теорема о существовании и единственности цикла.
43. Признак оптимальности опорного решения транспортной задачи.
44. Алгоритм метода потенциалов решения транспортной задачи. Особенности решения транспортной задачи с неправильным балансом.
45. Транспортная задача с ограничениями. Использование транспортной задачи для решения других экономических задач.

Пример экзаменационного билета в Приложении 1.

• Тестовые задания

1. **Произведение двух матриц $A \cdot B$** (где матрица A размера $m_1 \times n_1$, а матрица B размера $m_2 \times n_2$) имеет смысл, если:
 - A) $m_1 = n_1 = m_2 = n_2$;
 - B) в результате получится матрица размера $m_2 \times n_1$;
 - C) в результате получится матрица размера $m_2 \times n_2$;
 - D) Перемножаются любые две матрицы.
2. **Определитель квадратной матрицы** чисел отличен от нуля, если матрица:
 - A) имеет две одинаковые строки;
 - B) имеет строку, все элементы которой равны нулю;
 - C) набор из любых столбцов матрицы нельзя представить в виде линейной комбинации, равной нулевому вектору;
 - D) одна из строк матрицы является линейной комбинацией двух других строк.
3. Система из m **линейных уравнений** с n неизвестными называется однородной, если:
 - A) в общем решении этой системы нет свободных неизвестных;
 - B) в любом уравнении свободные элементы равны нулю;

- С) в любом уравнении только по одной разрешенной неизвестной;
- Д) найдется уравнение, в котором свободный элемент равен нулю.
4. Система из n векторов размерности m называется линейно зависимой, если соответствующая однородная система из m линейных уравнений с n неизвестными:
- А) имеет хотя бы одно противоречивое уравнение;
- В) не имеет тривиальных уравнений; С) является разрешенной;
- Д) имеет хотя бы одно ненулевое решение.
5. Количество способов **разложения любого вектора** из системы векторов по векторам базиса этой системы равно:
- А) бесконечно большому числу;
- В) числу векторов системы, не вошедших в базис;
- С) одному;
- Д) числу векторов в данной системе.
6. Для решения **графическим методом** канонической задачи линейного программирования с матрицей условий, содержащей m строк и n столбцов, достаточно, чтобы:
- А) $m = n$; В) $m > n$; С) m и n –любые числа; Д) нет верного утверждения.
7. Число ненулевых координат **любого** опорного решения канонической задачи линейного программирования:
- А) не превышает ранга системы векторов условий данной задачи;
- В) всегда равно рангу системы векторов условий данной задачи;
- С) совпадает с общим числом координат данного решения;
- Д) нет верного утверждения.
8. Количество **базисов опорного решения** канонической задачи линейного программирования может быть:
- А) ни одного;
- В) столько же, сколько их у системы условий данной задачи;
- С) равно рангу системы векторов условий данной задачи;
- Д) нет верного утверждения.
9. В первой части **теоремы о методе искусственного базиса** утверждается, что если в оптимальном решении искусственной задачи линейного программирования $\beta = (\alpha_1, \dots, \alpha_n, \alpha_{n+1}, \dots, \alpha_{n+m})$ все последние m координат равны нулю, то первые n координат:
- А) образуют опорное решение исходной задачи; В) также равны нулю;
- С) образуют допустимое решение исходной задачи; Д) меньше нуля.
10. Пусть $\alpha^0 = (x_1^0, \dots, x_j^0, \dots, x_n^0)$, $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_j, \dots, \gamma_n)$ и $b = (b_1, \dots, b_i, \dots, b_m)$ есть, соответственно, допустимое решение, коэффициенты целевой функции и вектор ограничений исходной задачи линейного программирования на максимум, а $\beta^0 = (y_1^0, \dots, y_i^0, \dots, y_m^0)$ –допустимое решение взаимно двойственной задачи линейного программирования. Тогда **вторая теорема двойственности** утверждает, что для того, чтобы решения α^0 и β^0 были оптимальными решениями необходимо и достаточно выполнение для всех i и j следующих соотношений:

$$A) x_j^0 \left(\sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^0 - \gamma_j \right) > 0, y_i^0 \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^0 - b_i \right) < 0; \quad B) x_j^0 \left(\sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^0 - \gamma_j \right) = 0, y_i^0 \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^0 - b_i \right) < 0;$$

$$C) x_j^0 \left(\sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^0 - \gamma_j \right) < 0, y_i^0 \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^0 - b_i \right) < 0; \quad D) \text{ нет верного утверждения.}$$

VII. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Положение об интерактивных формах обучения (<http://www.rea.ru>)

Положение об организации самостоятельной работы студентов (<http://www.rea.ru>)

Положение о рейтинговой системе оценки успеваемости и качестве знаний студентов (<http://www.rea.ru>)

Положение об учебно-исследовательской работе студента в ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г.В. Плеханова» (<http://www.rea.ru>)

VIII. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Формирование балльной оценки по дисциплине «Линейная алгебра»

В соответствии с «Положением о рейтинговой системе оценки успеваемости и качества знаний студентов в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова» распределение баллов, формирующих рейтинговую оценку работы студента, осуществляется следующим образом:

Виды работ	Максимальное количество баллов
Посещаемость	20
Текущий и рубежный контроль	20
Творческий рейтинг	20
Промежуточная аттестация (экзамен/ зачет)	40
ИТОГО	100

1. Посещаемость

В соответствии с утвержденным учебным планом по направлению 38.03.01 «Экономика» для всех профилей подготовки бакалавров по дисциплине предусмотрено:

12 лекционных и 14 практических занятий. За посещение 1 занятия студент набирает 0,77 балла.

2. Текущий и рубежный контроль

Расчет баллов по результатам текущего и рубежного контроля:

Форма контроля	Наименование раздела/ темы, выносимых на контроль	Форма проведения контроля (тест, контр. работа и др. виды контроля в соответствии с Положением)	Количество баллов, максимально
1. Текущий и рубежный контроль в 1 модуле, в т.ч.	Матрицы и векторы. Определители матриц. Системы линейных уравнений.	Письменная домашняя работа	2

	Квадратичные формы. Системы векторов. Балансовые модели в экономике.	расчетно-аналитического задания	4,0
	Матрицы и векторы. Определители матриц. Системы линейных уравнений. Системы векторов	Тест	4,0
Всего по 1 модулю			10
3. Текущий и рубежный контроль во 2 модуле, в т.ч.	Свойства решений задачи линейного программирования. Алгоритм симплексного метода	Письменная домашняя работа	2
	Метод искусственного базиса. Теория двойственности. Транспортная задача	расчетно-аналитического задания	4,0
	Задачи линейного программирования. Симплексный метод. Теория двойственности. Транспортная задача.	Тест	4,0
Всего по 2 модулю			10
ИТОГО			20

3. Творческий рейтинг

Распределение баллов осуществляется по решению методической комиссии кафедры и результат распределения баллов за соответствующие виды работ представляются в виде следующей таблицы:

Наименование раздела/ темы дисциплины	Вид работы	Количество баллов
Основные свойства решений задачи линейного программирования. Алгоритм симплексного метода	выполнение расчетно-аналитического задания	10
Метод искусственного базиса. Теория двойственности. Транспортная задача	выполнение расчетно-аналитического задания	10
ИТОГО		20

4. Промежуточная аттестация (экзамен/зачет)

Экзамен по результатам изучения учебной *дисциплине «Линейная алгебра»* во 2-м семестре осуществляется по экзаменационным билетам, включающим 2 теоретических вопроса, один (выделенный курсивом) из которых с доказательством, и одна задача. Оценка по результатам экзамена выставляется по следующим критериям:

- правильный ответ на первый вопрос – 15 б.;
- правильный ответ на второй вопрос – 13 б.;
- правильное решение задачи 1 – 6 б.;
- правильное решение задачи 2 – 6 б.;

В случае частично правильного ответа на вопрос или решение задачи, студенту начисляется определяемое преподавателем количество баллов.

Итоговый балл формируется суммированием баллов за промежуточную аттестацию и баллов, набранных перед аттестацией. Приведение суммарной балльной оценки к четырехбалльной шкале производится следующим образом:

Перевод 100-балльной рейтинговой оценки по дисциплине в традиционную четырехбалльную

100-балльная система оценки	Традиционная четырехбалльная система оценки
85 – 100 баллов	оценка «отлично» /«зачтено»
70 – 84 баллов	оценка «хорошо» /«зачтено»
50 – 69 баллов	оценка «удовлетворительно» /«зачтено»
менее 50 баллов	оценка «неудовлетворительно» /«не зачтено»

Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

“Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова”

Кафедра «Высшей математики»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по дисциплине «Линейная алгебра»

Направление «Экономика»

Профиль «_____»

1. Теорема о существовании опорного решения.
2. Теорема о числе векторов, входящих в базис. Ранг системы векторов и матрицы.
3. Решить задачу линейного программирования (а) методом искусственного базиса, а транспортную задачу (в) методом потенциалов (при решении каждой задачи сделать не менее 2-х шагов):

а)

$$f(X) = x_1 + 2x_2 + 2x_3 \rightarrow \min :$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 \geq 1, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 6, \\ x_j \geq 0 \quad \forall j. \end{cases}$$

в)

$a_i \backslash b_j$	30	30	30	30
10	7	2	3	1
20	2	4	4	7
30	3	4	5	5
40	4	3	3	2

Утверждено на заседании кафедры «__» _____ 201__ года, протокол №__

Заведующий кафедрой _____

О.В. Татарников

