Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова
Ивановский филиал

Кафедра Математики, экономической информатики и вычислительной техники

Утверждено:
Зам. директора по УМР
____
Гусякова И.В.

Рабочая программа

Методы оптимальных решений

Рекомендуется для направления *080100.62 Экономика*

Профиль – **Бухгалтерский учет, анализ и аудит**

Квалификация (степень) выпускника - **бакалавр**

Одобрено:
МС Ивановского филиала
РЭУ имени Г.В. Плеханова
Протокол № 1 от 30.08.2014
Председатель Методического совета
____

Рекомендовано кафедрой:
Протокол № 1
От «29» августа 2014 г.

Зав. кафедрой _______________
(ФИО)

Иваново 2014

Автор-составитель: Туртин Д.В.

должность доцент, к.ф.-м.н.

Общая образовательная программа **Методы оптимальных решений**
(название дисциплины)

Общая образовательная программа «Методы оптимальных решений» составлена в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по специальностям

Дисциплина входит в федеральный (вузовский) компонент цикла общих математических и естественнонаучных дисциплин (ЕН.Ф.04) и является обязательной для изучения.

080100 — **«ЭКОНОМИКА»**
(шифр) — (наименование направления)

Утверждена на заседании Учебно-методического совета _________ института (филиала) «_____» ______________________ 201____г., протокол № ______.

Согласования со смежной кафедрой:

Зав. кафедрой Бухгалтерского учета, анализа и аудита
к.э.н., доцент ____ Л.И.Шарова
(подпись) *(ф. и. о)*

Зав. библиотекой ____ Хилинская И.Ю.
(подпись) *(ф. и. о)*

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи дисциплины

Преподавание учебной дисциплины «Методы оптимальных решений» преследует следующие основные цели:

- научить студентов базовым математическим методам, используемым для количественного анализа и моделирования реальных экономических процессов в условиях профессиональной деятельности,
- сформировать у студентов определенную математическую культуру, необходимую для изучения других дисциплин учебного плана, в том числе профессионального цикла,
- развить у студентов умение мыслить логически.

В ходе изучения курса “Методы оптимальных решений” решаются следующие задачи:

1. Формирование научного мировоззрения студентов, основанного на знании основных законов логики, умении логически мыслить, формализовать и анализировать возникающие проблемы.
2. Овладение основным аппаратом и методами поиска оптимальных решений.
3. Подготовка студентов к последующей образовательной и профессиональной деятельности, обучение студентов количественному анализу экономических процессов с помощью математических инструментов, умению строить математические модели экономических операций, находить оптимальные решения полученных задач и производить на практике расчеты соответствующих математических величин. Анализ современной тенденции развития науки, прогноз ее развития в ближайшей перспективе позволяет сделать вывод, что знание математики становится необходимым для успешной научной деятельности в области экономики и коммерции и о возрастании роли математической подготовки студентов.

2. Место учебной дисциплины в структуре ООП

Дисциплина “Методы оптимальных решений” относится к базовой части математического и естественнонаучного цикла (Б.2) ООП бакалавриата и преподается во 2 семестре.

Дисциплина “Методы оптимальных решений” базируется на знаниях, полученных студентами в процессе освоения школьной программы по предмету Математика.

Дисциплина “Методы оптимальных решений” имеет логическую и содержательно-методологическую взаимосвязи с дисциплинами базовой части профессионального цикла (Б.3): Микроэкономика, Макроэкономика, Эконометрика, Статистика, Финансы, Деньги, кредит, банки, Макроэкономическое планирование и прогнозирование и Мировая экономика и международные экономические отношения.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

Освоение этих навыков направлено на формирование следующих компетенций:

- способен собрать и проанализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов (ПК-1);

- способен на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы рассчитать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов, (ПК-2);
- способен выполнять необходимые для составления экономических разделов планов расчеты, обосновывать их и представлять результаты работы в соответствии с принятыми в организации стандартами (ПК-3);
- способен осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения поставленных экономических задач (ПК-4);
- способен выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы (ПК-5);
- способен на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты (ПК-6);
- способен использовать для решения аналитических и исследовательских задач современные технические средства и информационные технологии (ПК-10);
- способен использовать для решения коммуникативных задач современные технические средства и информационные технологии (ПК-12).

В результате изучения дисциплины студент должен:

Иметь целостное представление о:

- роли и месте математики и математических методов в экономике постиндустриального общества;
- возможностях математического моделирования в оптимизации и совершенствовании функционирования объектов коммерческой деятельности.
- алгоритмах решения оптимизационных задач и возможностях их программной реализации на ЭВМ.

Знать:
- основные законы логики,
- основные понятия, определения и теоремы математического анализа (ПК-1),
- основные понятия, определения и теоремы линейной алгебры и аналитической геометрии,
- теоремы теории вероятностей и основные распределения случайных величин,
- алгоритмы и методы решения задачи линейного программирования.

Уметь:
- логически мыслить,
- решать системы линейных алгебраических уравнений,
- моделировать коммерческие операции и экономические процессы,
- анализировать задачи планирования экономических и финансовых операций,
- рассчитывать основные характеристики экономических систем,
- самостоятельно пользоваться справочными пособиями при решении прикладных (в том числе экономических) задач.

Владеть:
- математическим аппаратом для исследования функций.
- методами решения систем линейных уравнений,
- методами постановки и решения задачи линейного и нелинейного программирования,
- культурой мышления, способностью к обобщению и анализу информации.

Приобрести навыки:

- использования тестовых программ в процессе обучения;

- применения пакетов прикладных программ для решения типовых учебных задач;
- использования возможностей мультимедиа технологий в решении учебных задач.
- использования справочной литературы и интернет-ресурсов по математике и прикладным математическим методам.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Семестры			
		1	2	3	4
Аудиторные занятия (всего)	54/2,5		54/2,5		
В том числе:					
Лекции	20/0,56		20/0,56		
Практические занятия (ПЗ)	34/0,94		34/0,94		
Семинары (С)					
Самостоятельная работа (всего)	54/2,5		54/2,5		
В том числе:					
Курсовой проект (работа)					
Расчетно-графические работы					
Реферат					
Другие виды самостоятельной работы					
Выполнение домашних заданий	36/1		36/1		
Проработка лекций	18/0,5		18/0,5		
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	Экзамен 36/1		Экзамен 36/1		
Общая трудоемкость часы	144		144		
зачетные единицы	4		4		

5. Содержание дисциплины
5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
Раздел 1. Задача линейного программирования.		
1.	Постановка задачи ЛП.	Постановка общей задачи линейного программирования, ее экономическая интерпретация, целевая функция, вектор ограничений и матрица условий, формы задания ограничений, связь между задачами максимизации и минимизации. Методика преобразования задач

		экономики, управления, коммерции, финансов к общей задаче линейного программирования.
2.	Графический метод решения.	Каноническая и стандартная формы задачи линейного программирования. Область допустимых решений как выпуклая многогранная область. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования. Графический метод решения задачи линейного программирования.
3.	Симплексный метод решения.	Задача линейного программирования в симплексной форме. Первое опорное решение. Исследование опорного решения на оптимальность, критерий оптимальности. Условия неограниченности функции цели на множестве допустимых решений. Переход от одного опорного решения к другому. Алгоритм симплекс-метода в невырожденном случае, понятие о зацикливании. Метод искусственных базисных неизвестных. Геометрическая интерпретация симплекс-метода.
4	Двойственность в линейном программировании	Правила построения двойственной задачи. Теоремы двойственности. Экономический смысл двойственных оценок и их устойчивость. Анализ чувствительности оптимального решения в задачах экономики, управления, финансов и коммерческой деятельности
Раздел 2. Транспортная задача.		
5	Транспортная задача	Постановка и математическая модель транспортной задачи, свойства замкнутой модели, методы построения первого опорного решения. Метод потенциалов. Транспортная задача с нарушением баланса производства и потребления в экономике. Применение открытой модели транспортной задачи к решению задачи размещения и развития производства.
Раздел 3. Матричные игры		
6		Игры как модель конфликтной ситуации. Основные понятия теории игр. Матричная игра двух лиц с нулевой суммой. Нижняя и верхняя цена игры, понятие о седловой точке. Чистые и смешанные стратегии игроков, математическое ожидание выигрыша. Игры с седловой точкой. Оптимальные стратегии и цена игры. Неравновесные игры. Основная теорема теории игр. Эквивалентность матричной игры двух лиц с нулевой суммой паре двойственных задач линейного программирования. Решение игры симплексным методом. Приближенное решение матричной игры. Редукция матрицы игры. Доминирующие стратегии. Игры с «природой». Критерии принятия решения в условиях неопределенности.
Раздел 4. Нелинейные задачи и оптимизация на графах		
7	Задача динамического программирования	Постановка задачи динамического программирования. Основной принцип динамического программирования. Задачи об оптимальном маршруте, о капитальных вложениях. Другие применения задачи динамического

		программирования в экономике и управлении.
8	Основы теории графов	Основные понятия теории графов. Основные типы графов. Графы и матрицы. Задача об оптимальном потоке. Сети. Пропускная способность. Поток в сети. Минимальный разрез. Алгоритм Форда-Фалкерсона построения оптимального потока. Задача о коммивояжере. Гамильтоновы графы. Оптимизационные задачи на гамильтоновых графах. Задача о назначениях. Двудольные графы. Оптимальное парасочетание. Двойственный метод решения задачи о назначениях.
Раздел 5. Задача сетевого планирования		
9	Задача сетевого планирования	Сетевой график и критический путь. Построение сетевого графика в масштабе времени. Методы перераспределения ресурсов в сетевом графике. Анализ и оптимизация сетевого графика. Временные параметры сетевых графиков.

5.2. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин
1	Микроэкономика	
2	Макроэкономика	2,3
3	Эконометрика	1-3
4	Статистика	2
5	Финансы	2
6	Деньги, кредит, банки	2
7	Макроэкономическое планирование и прогнозирование	1,4
8	Мировая экономика и международные экономические отношения	1,2

5.3. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лек.	Практ. зан.	Сем.	СРС	Всего
1.	Постановка задачи ЛП.	2	2		4	8
2.	Графический метод решения.	2	4		6	12
3.	Симплексный метод решения.	2	4		6	12

4.	Двойственность в линейном программировании	2	4		6	12
5.	Транспортная задача	2	4		6	12
6.	Матричные игры	2	4		6	12
7.	Задача динамического программирования	2	4		6	12
8.	Основы теории графов	2	4		6	12
9.	СПУ	4	6		10	20
	Итого	20	34		54	108

6. Перечень практических занятий

- Постановка задачи ЛП. (2 час.)
- Графический метод решения. (4 час.)
- Симплексный метод решения (4 час.)
- Двойственность в линейном программировании (4 час.)
- Транспортная задача. (4час)
- Матричные игры. (4 час.)
- Задача динамического программирования (4час)
- Основы теории графов. (4 час.)
- Сетевое планирование и управление. (6 час.)

7. Примерная тематика курсовых проектов (работ)

В дисциплине выполнение курсовых проектов (работ) не предусматривается.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Основная литература

1. Красс М.С. Математика для экономистов: учеб. пособие / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. - СПб.: Питер, 2009. - 464 с. - (Учебное пособие).-гриф УМО

2. Высшая математика для экономистов: учебник для студентов, обучающихся по экономическим специальностям / под ред. Н.Ш.КРЕМЕРА. - 3-е изд.. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2007. - 479 с. - (Золотой фонд российских учебников).-гриф МО РФГмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Высшая школа, 1977.

3. Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности. Учебник. – М.: Финансы и статистика, 2005.

4. Экономико-математические методы и прикладные модели [Текст]: учебник для бакалавров / под ред. В.В.Федосеева , А.Н. Гармаш, И.В. Орлова. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Юрайт, 2013. - 328 с. (в пер.)., 30000 экз.-гриф МО РФ.

5. Ячменёв Л.Т. Высшая математика: Учебник / Л.Т. Ячменёв. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. - 752 с. - (Высшее образование; Бакалавриат). -1000 экз.-гриф МО РФ

6. Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: Учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. - М.: ИНФРА-М, 2011. - 472 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование).-гриф УМО- режим доступа: http:/znanium.com/

8.2. Дополнительная литература

7. Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата: Учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. - М.: ИНФРА-М, 2011. - 472 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование).-гриф УМО - режим доступа: http:/znanium.com/

8. Журнал «Естественные и математические науки в современном мире» 2012-2014 гг. - режим доступа: НЭБ Elibrary.ru

9. Орлова И.В. Экономико – математическое моделирование : Практическое пособие по решению задач. – М.: Вузовский учебник, 2004

10. Новицкий Н.И. Сетевое планирование и управление производством: Учебно-практическое пособие – М.: Новое издание, 2004

8.3. Методическое обеспечение

1. Зайцев М.В., Лавриненко Т.А. Высшая математика. Сборник задач. Ч. 1. — М., РГТЭУ, 2005.

2. Зайцев М.В., Лавриненко Т.А., Туганбаев А.А. Высшая математика. Сборник задач. Ч. 2. — М., РГТЭУ, 2005.

3. Н.Н. Груздева, Л.Н. Малеж Математика. Методические указания по выполнению контрольных работ для студентов первого года обучения специальностей 080105, 080102, 080502 (сокращенная подготовка, заочная форма обучения). – Иваново: Изд-во «Ивановский государственный университет», 2005.

4. Н.Н. Груздева, Л.Н. Малеж Математика. Методические указания по выполнению контрольных работ для студентов 2 курса заочной формы обучения. – Иваново: Изд-во «Ивановский государственный университет», 2005.

8.4. Интернет – ресурсы

www.Math-Net.ru – имеется свободный доступ (по истечении 3-х лет со дня публикации) к математическим журналам Отделения Математики РАН,
http://en.wikipedia.ru – созданная пользователями интернет-энциклопедия,
http://mathworld.wolfram.com – краткие энциклопедические статьи по математике,
http://eqworld.ipmnet.ru – решение различных типов уравнений, в том числе, дифференциальных,
http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk – статьи по истории математики.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

При подготовке к практическим занятиям и самостоятельной работе используются компьютерные классы со стандартным программным обеспечением:

- ОС Windows,
- пакет программных средств офисного назначения MS Office,
- стандартные пакеты прикладных программ по математике.

На лекциях и практических занятиях могут быть использованы мультимедиа-проектор в комплекте с персональным компьютером и экраном.

10. Образовательные технологии

Перечень педагогических методов обучения и форм организации занятий

- лекции, в том числе: интерактивные, частично проблемные и с использованием компьютерных презентаций;
- семинары, в том числе с использованием активных методов обучения, на которых обсуждаются основные проблемы, освещенные в лекциях и сформулированные в домашних заданиях;
- письменные или устные домашние задания;
- круглые столы;
- тематические дискуссии, в том числе интерактивные;
- тестирование, в том числе с использованием компьютеров;
- консультации;
- самостоятельная работа студентов, в которую входит освоение теоретического материала, подготовка к семинарским занятиям, выполнение расчетно-аналитических заданий, а также разработка рефератов (проблемно-поисковых заданий), написание тезисов выступлений для круглых столов и дискуссий.

«Круглый стол» - один из наиболее эффективных способов для обсуждения острых, ложных и актуальных на текущий момент вопросов в любой профессиональной сфере, обмена опытом и творческих инициатив. Такая форма общения позволяет лучше усвоить материал, найти необходимые решения в процессе эффективного диалога. Их целесообразно проводить по темам в ходе изучения соответствующих тем в часы, выделенные для семинарских занятий.

Дискуссия – форма учебной работы, в рамках которой студенты высказывают свое мнение по проблеме, заданной преподавателем. Проведение дискуссии по проблемным вопросам предполагает написание студентами тезисов выступлений (докладов) или рефератов по предложенной тематике. Их целесообразно проводить по темам в часы, выделенные для семинарских занятий.

Тестирование – контроль знаний с помощью тестов, которые состоят из условий (вопросов) и вариантов ответов для выбора (самостоятельная работа студентов). Тесты составлены для тем и предназначены для самопроверки и для проверки текущих знаний. Тестирование может проводиться как на бумажных носителях, так и с использованием компьютеров.

Активные и интерактивные формы проведения занятий (деловые и ролевые игры, разбор конкретных ситуаций, тренинги) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Удельный вес занятий, проводимых **в интерактивных формах**, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 10 процентов аудиторных занятий. Занятия лекционного типа для соответствующих групп студентов не могут составлять более 50 процентов аудиторных занятий.

11. Оценочные средства, методические рекомендации по организации изучения дисциплины

Балльная система оценки:

Очное отделение:

2 семестр

Аудиторные контрольные работы:
- Контрольная работа № 1 (20 баллов)
- Контрольная работа № 2 (20 баллов)

Домашняя контрольная работа:
- СПУ (20 баллов)

Реферативная работа (10 баллов)
Бонусные баллы за активность на практических занятиях (10 баллов)
Экзамен (30 баллов)

Заочное отделение:
3 семестр

- Выполнение семестровой контрольной работы (30 баллов)
- Активность на установочной сессии (20 баллов)
- Реферативная работа (10 баллов)
- Активность в межсессионный период (10 баллов)
- Экзамен (30 баллов)

11.1. Темы практических занятий

Раздел 1. Линейное программирование

Тема 1. Задача линейного программирования – 2 занятия

Вопросы к теме:
1. Понятие ОЗЛП.
2. Виды ОЗЛП и связь между ними.
3. Связь между задачами минимизации и максимизации целевой функции.
4. Геометрический метод решения ОЗЛП разных типов.

Литература: [3] с. 16-24, 55-67.

ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Задача линейного программирования (ЛП)

Данное практическое занятие может быть представлено в виде тематической дискуссии и деловой игры.

Предмет математического программирования. Общая задача математического программирования. Графический метод решения задач линейного программирования

Основные определения

Предмет математического программирования. Математическая модель экономической задачи. Переменные задачи, система ограничений, целевая функция. Формулировка общей задачи математического программирования. Допустимое решение, область допустимых решений, оптимальное решение.

Примеры составления математических моделей задач линейного программирования. Задача об использовании ресурсов (сырья). Задача о рационе (диете).

Различные формы записи задач линейного программирования. Приведение общей задачи линейного программирования к каноническому виду. Теорема о замене неравенства уравнением.

Графический метод решения задач линейного программирования с двумя и n переменными. Теорема о виде области решений линейного неравенства. Теорема об изменении значения целевой функции. Линия уровня, опорная прямая. Алгоритм метода.

Формулы

Математическая модель задачи математического программирования. Математическая модель общей задачи линейного программирования. Каноническая задача в координатной, векторной и матричной записи. Математическая модель симметричной задачи.

<u>Свойства решений задач линейного программирования</u>

Основные определения

Выпуклая линейная комбинация точек. Угловая точка множества. Выпуклое множество. Многоугольники и многогранники. Выпуклость области допустимых решений. Теорема об экстремуме целевой функции. Опорное решение. Теоремы о взаимосвязи опорного решения и угловых точек области допустимых решений. Идея симплексного метода. Построение начального опорного решения и переход от одного опорного решения к другому.

Формулы

Задание отрезка. Выпуклые линейные комбинации точек. Формулы для пересчёта правых частей системы уравнений ограничений задачи линейного программирования. Формула для вычисления параметра θ_{0k} для определения разрешающего элемента при нахождении начального опорного решения и при переходе к другому опорному решению.

<u>Задача 1.1.1.</u> Малое предприятие (МП) выпускает два вида прохладительных напитков (“Радуга” и “Сияние”), предназначенных для детей и взрослых соответственно. В производстве напитков используется 4 вида сырья: газированная вода, фруктовый сироп, лед и тонизирующая добавка. Нормы расхода сырья на производство одной партии напитков и прибыль от ее реализации даны в таблице 1.1.1.

Таблица 1.1.1

Сырье	Норма расхода сырья		Суточный запас сырья
	“Радуга”	“Сияние”	
Газ. вода	6 л	5 л	1200 л
Фруктовый сироп	1 л	0,5 л	150 л
Лед	0,6 кг	1,2 кг	150 кг
Тонизирующая добавка	0,1 кг	0,5 кг	30 кг
Прибыль от партии напитка	30 руб.	40 руб.	

Выполните следующие задания:
1. Введите переменные.
2. Определите целевую функцию.
3. Составьте систему ограничений.
4. Определите вид математической модели задачи.
5. Преобразуйте её к другим видам задачи ЛП.

Задача 1.1.3. Диетолог разрабатывает новую диету, состоящую из сливочного масла, натуральных бифштексов (мяса), хлеба и яблочного сока. Содержание калорий, белков, жиров, углеводов и холестерина (в 100 г продукта), а также максимальные и минимальные нормы их потребления (в день) приведены в таблице 1.1.3. Здесь же указана цена в рублях 100 г соответствующего продукта.

Таблица 1.1.3

Элемент питания	Содержание в 100 г продукта				Норма потребления	
	масло	мясо	хлеб	сок	min	max
Калории	800	280	245	80	2400	2800
Белок	0,6 г	15 г	8 г	0 г	60 г	60 г
Жир	20 г	5 г	0 г	0 г	0 г	30 г
Углеводы	0 г	0 г	5 г	10 г	10 г	40 г
Холестерин	0,15 г	0,08г	0 г	0 г	0 г	0,5 г
Цена	3	4	0,5	1		

Выполните следующие задания:
1. Введите переменные.
2. Определите целевую функцию.
3. Составьте систему ограничений.
4. Определите вид математической модели задачи.
5. Преобразуйте её к другим видам задачи ЛП.

П.1.2. Графическое решение задачи ЛП

Задача 1.2.1. Простейшая диета состоит из телятины и хлеба. Содержание в 100 г продукта калорий и холестерина дано в таблице 1.2.1.

Таблица 1.2.1,а

Элемент питания	Содержание в 100 г продукта		Норма потребления	
	телятина	хлеб	min	max
Калории	600	200	2400	3000
Холестерин	0,15	0,10	0	0,9
Цена	3	0,5		

Таблица 1.2.1,б

Элемент питания	Содержание в 100 г продукта		Норма потребления	
	телятина	хлеб	min	max
Калории	300	200	2400	3600
Холестерин	0,1	0,1	0	1,5
Цена	4	3		

Для приведенных данных:
1. Составьте математическую модель задачи.
2. Найдите графически оптимальное решение задачи.

<u>Задача 1.2.3.</u> Имеет ли решение задача линейного программирования:

$$F = x_1 + 2x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3 \\ -2x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 - 2x_2 \leq 0 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

Ответ обоснуйте с помощью графического решения. Как изменится решение, если в условии заменить max на min?

<u>Задача 1.2.4.</u> Решите графически задачу линейного программирования:

$$F = 1 - x_1 - 2x_2 \to \min$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 2 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ x_1 + x_2 \leq 12 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

Контрольные вопросы для проверки усвоения материала

1. Что такое математическое программирование?
2. Что такое математическая модель?
3. Что называется переменными задачи, системой ограничений и целевой функцией?
4. В чём заключается общая задача математического программирования?
5. Записать математическую модель математического программирования в общем случае.
6. Записать математическую модель общей задачи линейного программирования.
7. Сформулировать определения допустимого и оптимального решений.
8. Привести примеры составления математических моделей.

Контрольные вопросы для проверки усвоения материала (продолжение)

9. Записать математическую модель канонической задачи в координатной, координатной компактной, векторной и матричной видах.
10. Записать математическую модель симметричной задачи линейного программирования.
11. Сформулировать теорему о замене неравенства уравнением.
12. Что такое дополнительные переменные и каким образом они вводятся в ограничения и в целевую функцию?
13. Как перейти в задаче от нахождения максимума к нахождению минимума и наоборот.
14. Как обеспечить неотрицательность переменных?
15. Какие задачи линейного программирования можно решать графическим методом?
16. Сформулировать теорему о виде области решений линейного неравенства.
17. Что такое линия уровня и как найти её нормаль?
18. Сформулировать теорему об изменении значений целевой функции на линиях уровня.
19. Когда значение целевой функции возрастает и когда убывает?
20. Какая линия называется опорной прямой?

21. Какие возможны случаи при нахождении оптимального решения?
22. Сформулировать алгоритм графического метода для задач с двумя переменными.
23. В каком случае можно решить графическим методом задачу с числом переменных больше двух?
24. Сформулировать алгоритм решения графическим методом задачи с числом переменных больше двух.

Тема 2. Симплексный метод линейного программирования

Вопросы к теме:

1. Получение первого опорного решения.
2. Переход от одного решения к другому.
3. Исследование опорного решения на оптимальность.
4. Особые случаи симплексного метода.
5. Симплексные таблицы.

Литература: [3] с. 64-97.

Симплексный метод линейного программирования

Это практическое занятие можно провести в форме деловой игры и дискуссии.

Основные определения

Преобразование целевой функции при переходе от одного опорного решения к другому. Теорема об улучшении опорного решения, её следствия. Алгоритм симплексного метода.

Формулы

Формула для приращения целевой функции при переходе от одного опорного решения к другому. Формула для расчёта оценок разложений векторов условий по базису опорного решения. Условие для наискорейшего приближения к оптимальному решению. Признак оптимальности опорного решения. Условие существования единственного оптимального решения. Условие существования бесконечного множества оптимальных решений. Признак отсутствия решения ввиду неограниченности целевой функции.

Задача 1.3.1.

а)

$$F = x_1 + 2x_2 + 5 \to \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \le 8 \\ x_1 + x_2 \le 10 \\ -x_1 + x_2 \le 6 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0$$

б)

$$F = 10 - 6x_1 - 2x_2 \to \min$$

$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 \le 36 \\ 3x_1 + 2x_2 \le 36 \\ x_1 + 2x_2 \le 28 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0.$$

в)

$$F = x_1 + 3x_2 + 1 \to \max$$
$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 \le 9 \\ 2x_1 + 3x_2 \le 18 \\ 2x_1 + \ \ x_2 \le 14 \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0.$$

1. Определите вид задачи ЛП.
2. Приведите задачу к симплексной форме.
3. Решите симплекс-методом.
4. Решите графически.

Задача 1.3.6.

$$F = x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 - x_6 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 + 4x_5 + x_6 = 6 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 + x_6 = 2 \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0, \ x_3 \ge 0, \ x_4 \ge 0, \ x_5 \ge 0, x_6 \ge 0.$$

1. Определите вид задачи ЛП.
2. Приведите задачу к симплексной форме.
3. С помощью симплекс-метода определите, имеет ли решение данная задача.

Решите следующие задачи симплекс-методом:

Задача 1.3.7.

$$F = x_1 - 2x_2 - 4x_3 \to \max$$
$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 19 \\ 5x_1 + 6x_2 + x_3 = 20 \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0, \ x_3 \ge 0.$$

Задача 1.3.8.

$$F = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} -x_1 + 5x_2 + 9x_3 - 7x_4 = 2 \\ \ \ x_1 - \ x_2 - \ \ x_3 + 3x_4 = 2 \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0, \ x_3 \ge 0, \ x_4 \ge 0.$$

Тема 3. Двойственность в линейном программировании.

Вопросы к теме:

1. Правила построения двойственных задач.
2. Свойства взаимно двойственных задач.
3. Экономический смысл двойственных оценок.
4. Анализ устойчивости двойственных оценок.

Литература: [3] с. 99-120.

Двойственность в линейном программировании

Задача.1.4.1. Составьте задачи двойственные к следующим:

а)

$$F = x_1 + 2x_2 + x_3 - 7 \to \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \le 5 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \le 8 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0, \; x_3 \ge 0.$$

б)

$$F = 2x_1 - 3x_2 + 1 \to \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + 6x_3 = 8 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0, \; x_3 \ge 0.$$

в)

$$F = 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 + 3 \to \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \ge 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \le 3 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 7 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0, \; x_3 \ge 0.$$

Тема 4. Транспортная задача

Вопросы к теме:

1. Математическая модель транспортной задачи.
2. Методы получения первого распределения поставок в закрытой модели.
3. Критерий оптимальности распределения поставок (по методу потенциалов).
4. Цикл в транспортной таблице, правила его построения.
5. Перераспределение поставок по циклу.
6. Открытая модель транспортной задачи сведение ее к закрытой.
7. Применение открытой модели транспортной задачи к решению задачи размещения и развития производства.

Литература: [3] с. 123-147.

Задание. На трех базах A_1, A_2, A_3 (ПО - пункты отправления) находится однородный груз в количестве a_1, a_2, a_3 т. Этот груз необходимо развести пяти потребителям B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 (ПН - пункты назначения), потребности которых в этом грузе составляют $в_1$, $в_2$, $в_3$, $в_4$, $в_5$ т соответственно. Стоимость перевозок пропорциональна расстоянию и количеству перевозимого груза. Матрица тарифов и значения a_1, a_2, a_3 и $в_1$, $в_2$, $в_3$, $в_4$, $в_5$ приведены в таблице. Требуется спланировать перевозки так, чтобы их стоимость была минимальной.

ПН **ПО**	**B_1**	**B_2**	**B_3**	**B_4**	**B_5**	**Запасы (aj)**
A_1	3	10	6	13	8	200
A_2	7	5	11	16	4	300
A_3	12	15	18	9	10	300
Заявки (*в*j)	220	120	160	100	200	800

Тема 5. Матричные игры.

Вопросы к теме:

1. Матричная игра с нулевой суммой. Нижняя и верхняя цена игры.
2. Чистые стратегии игроков. Игры с седловой точкой.
3. Методы решения матричных игр в смешанных стратегиях.
4. Геометрическая интерпретация игры 2×2.
5. Приведение матричной игры к задаче линейного программирования.
6. Решение игры симплексным методом.
7. Решение игры приближенным методом.
8. Игры с «природой» при известных вероятностях ее состояний.
9. Игры с «природой» в условиях неопределенности.

Литература: [3] с. 173-188.

Задание. Решить игру с «природой» с платежной матрицей А, если:
а) известны вероятности чистых стратегий «природы» 0,3; 0,2; 0,1; 0,4
б) поведение «природы» не определено. Найти оптимальные стратегии игрока по критериям Вальда, Сэвиджа, Гурвица ($\gamma = 0,3$)

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 2 & -5 \\ 14 & 6 & 8 & -4 \\ 7 & -5 & -3 & -5 \\ 5 & 5 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

Раздел. Нелинейные задачи и оптимизация на графах

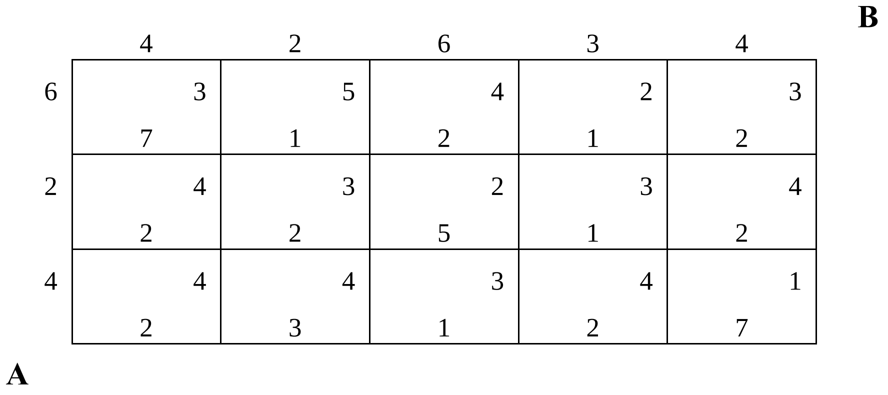
Тема 6. Задача динамического программирования.

Вопросы к теме:

1. Общая постановка задачи динамического программирования.
2. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана.
3. Общая схема применения метода динамического программирования.
4. Задача об оптимальном маршруте.
5. Задача о распределении инвестиций между предприятиями.
6. Задача об оптимальном распределении ресурсов между предприятиями на n лет.

Литература: [3] с245-265.

Задание 1. Прокладывается участок пути между пунктами А и В. Весь участок разбит на условные участки по стоимости прокладки пути. Построить план прокладки дороги так, чтобы суммарные затраты были минимальными.



Задание 2. Найти оптимальное распределение инвестиций между тремя предприятиями в объеме 8 млн. рублей так, чтобы максимизировать сумму прибыли. Зависимость дополнительной прибыли каждого из предприятий от размеров инвестиций указана в таблице:

	$П_1$	$П_2$	$П_3$
0	0	0	0
2	4	5	4
4	7	6	8
6	9	10	11
8	13	12	13

Тема 7. Основы теории графов.

Вопросы к теме:

1. Основные понятия теории графов.
2. Основные типы графов.
3. Графы и матрицы.
4. Сети, их пропускная способность.
5. Поток в сети.
6. Метод минимального разреза.
7. Алгоритм построения оптимального потока.
8. Понятие гамильтоновых графов.
9. Постановка задачи коммивояжера.
10. Оптимизационные задачи на гамильтоновых графах.
11. Двудольные графы.
12. Оптимальное паросочетание.
13. Методы решения задач о назначениях.

Литература: [3] с.306-309

Тема 8. Задача сетевого планирования

Вопросы к теме:

1. Сетевой график и критический путь.
2. Правила построения сетевых графиков.
3. Построение сетевого графика в масштабе времени.
4. Оптимизация сетевого графика.
5. Временные параметры сетевых графиков и методы их расчета.
6. Коэффициент напряженности работ.

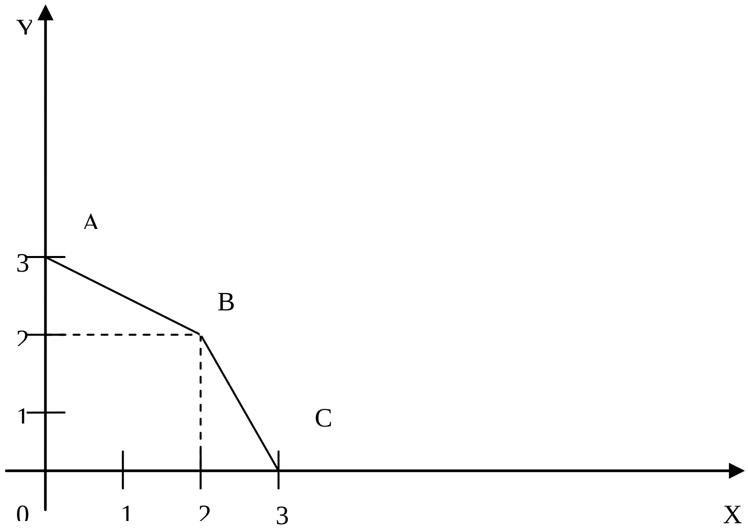
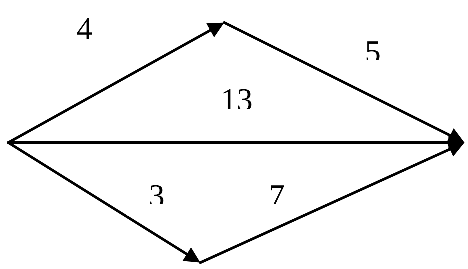
Литература: [3] с286-317.

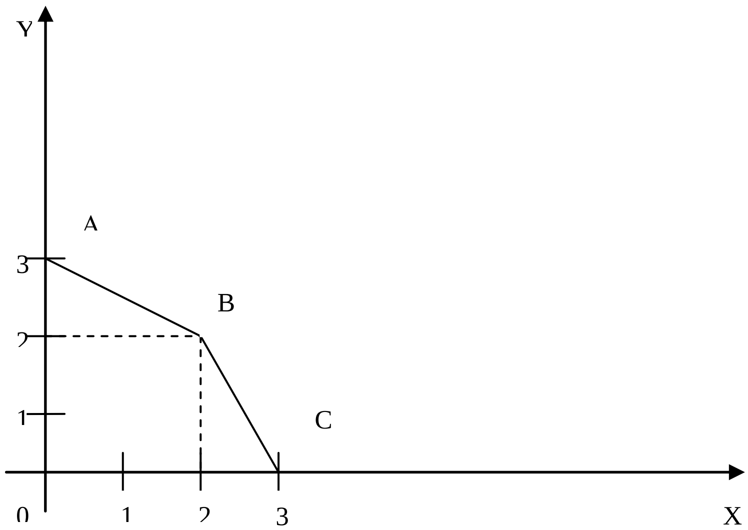
Задание. Дана упорядоченная структурно-временная таблица перечня работ по организации выставки-продажи товаров. Требуется построить сетевой график, определить критический путь, критические работы, резервы времени, провести графический анализ комплекса работ по оптимизации сетевой модели по критерию минимума времени Т при заданных ресурсах В. Определить экономию. Построить оптимальный сетевой план работ.

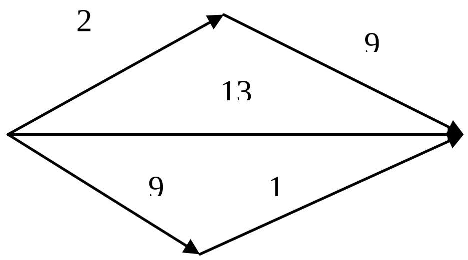
Содержание работ	Обозначение, aj	Опорные работы, aj	Коэффициенты пересчёта, cj =1/bj	Длительность работ, ч	Оптим. tj°
Заказ на оборудование и товары	a_1		$c_1 = 0,1$	$t_1 = 9$	?
Разработка системы учёта спроса	a_2	-	$c_2 = 0,2$	$t_2 = 11$	?
Отбор товаров и выписка счетов	a_3	a_1	$c_3 = 0,3$	$t_3 = 4$	?
Завоз товара	a_4	a_3	$c_4 = 0,4$	$t_4 = 4$	?
Завоз оборудования	a_5	a_1	$c_5 = 0,5$	$t_5 = 6$	?
Установка оборудования	a_6	a_5	$c_6 = 0,6$	$t_6 = 5$	?
Выкладка товара	a_7	a_4	$c_7 = 0,7$	$t_7 = 3$	?
Учёт наличия товара	a_8	a_4	$c_8 = 0,8$	$t_8 = 6$	?
Оформление зала и витрины	a_9	a_6, a_7	$c_9 = 0,9$	$t_9 = 6$	?
Изучение документов учёта	a_{10}	a_2, a_8	$c_{10} = 1,0$	$t_{10} = 5$	?
Репетиция выставки продажи	a_{11}	a_9, a_{10}	$c_{11} = 1,1$	$t_{11} = 3$	?
Проведение выставки	a_{12}	a_{11}	$c_{12} = 1,2$	$t_{12} = 1$	?
Анализ результатов	a_{13}	a_{12}	$c_{13} = 1,3$	$t_{13} = 1$	?

На каждом практическом занятии помимо разбора теоретических вопросов студенты под руководством преподавателя самостоятельно решают задачи по текущим темам из сборников задач, разработанных преподавателями кафедры (см. 8.3. Методическое обеспечение.).

11.2. Задания для тестирования

1. Множеством допустимых решений задачи линейного программирования является фигура, изображенная на рисунке. Определите максимум функции $F = -x + 3y$ 	1) не существует; 2) 9; 3) 6; 4) ∞.
2. При производстве некоторого вида продукции используются ресурсы I и II в количестве x и y единиц соответственно. Прибыль, получаемая от продажи всего товара, описывается функцией $f(x, y) = x^{0,25}y^{0,25}$. Сколько нужно выпускать единиц продукции I и II, чтобы прибыль от ее реализации была максимальной, если известно, что суммарные издержки составляют $g(x, y) = x + y - 5$?	1) $x = 1; y = 1$; 2) $x = 0; y = 1$; 3) $x = 0; y = 0$; 4) $x = 1; y = 0$.
3. Для игры с природой, заданной платежной матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, известны вероятности чистых стратегий природы: 0,6; 0,2; 0,2. Тогда оптимальный средний выигрыш игрока составит	1) 0; 2) 2; 3) 1; 4) ∞.
4. На рисунке указан сетевой график выполнения некоторого объема работ с временными затратами, указанными над стрелками. Найдите критический путь. 	1) 9; 2) 10; 3) 13; 4) 22.
5. Функция полезности $u(x, y)$ задается уравнением $u(x, y) = \sqrt{x} - y$. Найдите кривую безразличия	1) $\sqrt{x} - y = c$; 2) $\dfrac{1}{2\sqrt{x}} - 1 = c$;

	3) $\frac{dx}{2\sqrt{x}} - dy = c$; 4) $\sqrt{x}dx - ydy = c$.
6. Пусть $f(p) = \frac{p+5}{p^2}, g(p) = 8p(p+5)$ - соответственно функции спроса и предложения на товар. Тогда равновесная цена равна	1) 0; 2) 2; 3) 1; 4) 0,5.
7. Пусть $F(K,L) = K^{0,5}L^{0,5}$ - производственная функция (К – эффективность фонда, L – эффективность труда). Рассчитать предельную эффективность фондов, если K = 4, L = 16.	1) 1; 2) 0,5; 3) 2; 4) 4.
8. Пусть $f(p) = \frac{2p+1}{p^2}, g(p) = p(2p+1)$ - соответственно функции спроса и предложения на товар. Тогда равновесный объем равен	1) 2; 2) 2; 3) 0; 4) 1.
9. Множеством допустимых решений задачи линейного программирования является фигура, изображенная на рисунке. Определите максимум функции $F = 3x + y$ 	1) 12; 2) 9; 3) не существует; 4) ∞.
10. При производстве некоторого вида продукции используются ресурсы I и II в количестве x и y единиц соответственно. Прибыль, получаемая от продажи всего товара, описывается функцией $f(x,y) = x^{0,25}y^{0,5}$. Сколько нужно выпускать единиц продукции I и II, чтобы прибыль от ее реализации была максимальной, если известно, что суммарные издержки составляют $g(x,y) = \frac{1}{16}x + \frac{1}{2}y - 2$?	1) $x = 16; y = 4$; 2) $x = 4; y = 16$; 3) $x = 0; y = 20$; 4) $x = 20; y = 0$.
11. Для игры с природой, заданной платежной матрицей $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, известны вероятности чистых стратегий природы: 0,2; 0,2; 0,6. Тогда оптимальный средний выигрыш игрока составит	1) ∞; 2) 0; 3) -0,4; 4) 1,8.
12. На рисунке указан сетевой график выполнения некоторого объема работ с	

временными затратами, указанными над стрелками. Найдите критический путь. 	1) 10; 2) 11; 3) 23; 4) 13.
13. Функция полезности $u(x,y)$ задается уравнением $u(x,y)=x^2-y^2$. Найдите кривую безразличия	1) $x^2-y^2=c$; 2) $2x-2y=c$; 3) $2xdx-2ydy=c$; 4) $x^2dx-y^2dy=c$.
14. Пусть $f(p)=\frac{2p+3}{8p^2}, g(p)=p(2p+3)$ - соответственно функции спроса и предложения на товар. Тогда равновесная цена равна	1) 1; 2) 2; 3) 0,5; 4) 0.
15. Пусть $F(K,L)=K^{0,5}L^{0,5}$ - производственная функция (К – эффективность фонда, L – эффективность труда). Рассчитать предельную эффективность труда, если K = 16, L = 4.	1) 1; 2) 0,5; 3) 2; 4) 4.
16. Пусть $f(p)=\frac{p+1}{p^2}, g(p)=p(p+1)$ - соответственно функции спроса и предложения на товар. Тогда равновесный объем равен	1) 2; 2) 2; 3) 0; 4) 1.

11.3. Тематика контрольных работ и методические указания по их выполнению

Контрольные работы № 1 и № 2 выполняется студентами по следующим темам:

1. Линейное программирование.
2. Транспортная задача.
3. Матричные игры.
4. Системы массового обслуживания
5. Динамическое программирование
6. СПУ

Контрольная работа № 1

1 - 10. Предприятие выпускает два вида продукции А и В, для производства которых используется сырьё трёх видов. На изготовление единицы изделия А требуется затратить сырья каждого вида a_1, a_2, a_3 кг соответственно а для единицы изделия В – b_1, b_2, b_3 кг. Производство обеспеченно сырьём каждого вида в количестве P_1, P_2, P_3 кг соответственно. Стоимость единицы изделия А составляет α руб., а единицы изделия В – β руб. Требуется составить план производства изделия А и В, обеспечивающий максимальную стоимость готовой продукции.

Выполнить следующие задания:

а) Составить математическую модель задачи;

б) Решить задачу геометрически;

в) Решить задачу симплекс-методом;

г) Сформулировать двойственную задачу и найти ее решение.

1.	$a_1=2$	$b_1=5$	$p_1=432$	$\alpha=34$
	$a_2=3$	$b_2=4$	$p_2=424$	$\beta=50$
	$a_3=5$	$b_3=3$	$p_3=582$	
2.	$a_1=4$	$b_1=1$	$p_1=240$	$\alpha=40$
	$a_2=2$	$b_2=3$	$p_2=180$	$\beta=30$
	$a_3=1$	$b_3=5$	$p_3=251$	
3.	$a_1=2$	$b_1=1$	$p_1=400$	$\alpha=60$
	$a_2=3$	$b_2=4$	$p_2=900$	$\beta=40$
	$a_3=1$	$b_3=3$	$p_3=600$	
4.	$a_1=1$	$b_1=3$	$p_1=300$	$\alpha=52$
	$a_2=3$	$b_2=4$	$p_2=477$	$\beta=39$
	$a_3=4$	$b_3=1$	$p_3=441$	
5.	$a_1=2$	$b_1=5$	$p_1=432$	$\alpha=22$
	$a_2=3$	$b_2=4$	$p_2=424$	$\beta=40$
	$a_3=5$	$b_3=3$	$p_3=582$	
6.	$a_1=3$	$b_1=1$	$p_1=330$	$\alpha=33$
	$a_2=2$	$b_2=8$	$p_2=800$	$\beta=24$
	$a_3=5$	$b_3=6$	$p_3=745$	
7.	$a_1=3$	$b_1=4$	$p_1=600$	$\alpha=42$
	$a_2=3$	$b_2=1$	$p_2=357$	$\beta=26$
	$a_3=1$	$b_3=5$	$p_3=600$	
8.	$a_1=5$	$b_1=4$	$p_1=810$	$\alpha=34$
	$a_2=4$	$b_2=2$	$p_2=980$	$\beta=36$
	$a_3=2$	$b_3=6$	$p_3=786$	
9.	$a_1=2$	$b_1=4$	$p_1=580$	$\alpha=30$
	$a_2=4$	$b_2=4$	$p_2=680$	$\beta=44$
	$a_3=3$	$b_3=2$	$p_3=438$	
10.	$a_1=5$	$b_1=2$	$p_1=750$	$\alpha=30$
	$a_2=4$	$b_2=5$	$p_2=807$	$\beta=49$
	$a_3=1$	$b_3=7$	$p_3=840$	

11 –20. На трех базах A_1, A_2, A_3 находится однородный груз в количестве a_1, a_2, a_3 т. Этот груз необходимо развести пяти потребителям B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, потребности которых в данном грузе составляют $в_1$, $в_2$, $в_3$, $в_4$, $в_5$ т соответственно. Стоимость перевозок пропорциональна расстоянию и количеству перевозимого груза. Матрица тарифов и значения a_1, a_2, a_3 и $в_1$, $в_2$, $в_3$, $в_4$, $в_5$ приведены в таблице. Требуется спланировать перевозки так, чтобы их стоимость была минимальной.

11.

ПН ПО	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запасы (a_i)
A_1	7	9	15	4	18	200
A_2	13	25	8	15	5	250
A_3	5	11	6	20	12	250
Заявки ($в_j$)	80	260	100	140	120	700

12.

ПН ПО	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запасы (a_i)
A_1	19	8	14	5	9	150
A_2	6	10	5	25	11	200
A_3	7	13	8	12	14	150
Заявки ($в_j$)	60	140	100	80	120	500

13.

ПН ПО	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запасы (a_i)
A_1	4	11	6	5	15	200
A_2	8	7	9	13	10	200
A_3	10	5	12	7	20	100
Заявки ($в_j$)	70	80	150	110	90	500

14.

ПН ПО	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запасы (a_i)
A_1	15	8	9	11	12	100
A_2	4	10	7	5	8	150
A_3	6	3	4	15	20	250
Заявки ($в_j$)	100	40	140	60	160	500

15.

ПН ПО	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запасы (a_i)
A_1	25	9	12	6	18	300
A_2	4	7	5	11	19	200
A_3	10	15	18	13	8	200
Заявки ($в_j$)	120	180	100	140	160	700

16.

ПН ПО	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запасы (a_i)
A_1	15	8	5	21	15	150
A_2	4	12	7	8	10	200
A_3	11	20	13	4	5	200
Заявки ($в_j$)	100	180	40	120	110	550

17.

ПН ПО	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запасы (a_i)
A_1	20	22	9	4	13	100
A_2	5	13	7	4	10	180
A_3	30	11	15	12	8	120
Заявки ($в_j$)	40	120	60	100	80	400

18.

ПН / ПО	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запасы (a_i)
A_1	16	7	10	4	14	220
A_2	11	5	3	8	15	180
A_3	9	20	15	11	6	200
Заявки ($в_j$)	80	140	200	60	120	600

19.

ПН / ПО	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запасы (a_i)
A_1	5	8	15	20	9	240
A_2	8	7	6	12	14	160
A_3	16	11	19	10	5	200
Заявки ($в_j$)	180	40	160	120	100	600

20.

ПН / ПО	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запасы (a_i)
A_1	7	6	4	3	6	100
A_2	8	5	15	9	10	200
A_3	4	6	3	5	2	300
Заявки ($в_j$)	100	200	80	60	160	600

21. Решить игру с «природой» с платежной матрицей А, если:
а) известны вероятности чистых стратегий «природы» 0,1; 0,3; 0,2; 0,4;
б) поведение «природы» не определено. Найти оптимальные стратегии игрока по критериям Вальда, Сэвиджа, Гурвица (γ = 0,6)

$$A = \begin{pmatrix} -20 & -4 & 9 & 16 \\ -3 & -15 & -17 & 15 \\ -6 & 16 & 4 & 6 \\ -14 & -4 & 14 & -2 \end{pmatrix}$$

22. Решить игру с «природой» с платежной матрицей А, если:
а) известны вероятности чистых стратегий «природы» 0,2; 0,1; 0,2; 0,5;
б) поведение «природы» не определено. Найти оптимальные стратегии игрока по критериям Вальда, Сэвиджа, Гурвица (γ = 0,5)

$$A = \begin{pmatrix} -10 & -3 & 7 & 10 \\ -5 & -11 & -13 & 17 \\ -2 & 10 & 5 & 6 \\ -9 & -1 & 14 & -2 \end{pmatrix}$$

23. Решить игру с «природой» с платежной матрицей А, если:
а) известны вероятности чистых стратегий «природы» 0,2; 0,1; 0,2; 0,5;
б) поведение «природы» не определено. Найти оптимальные стратегии игрока по критериям Вальда, Сэвиджа, Гурвица (γ = 0,5)

$$A=\begin{pmatrix} 20 & 4 & -9 & -16 \\ 3 & 15 & 17 & -15 \\ 6 & -16 & -4 & -6 \\ 14 & 4 & -14 & 2 \end{pmatrix}$$

24. Решить игру с «природой» с платежной матрицей А, если:
а) известны вероятности чистых стратегий «природы» 0,1; 0,3; 0,2; 0,4;
б) поведение «природы» не определено. Найти оптимальные стратегии игрока по критериям Вальда, Сэвиджа, Гурвица ($\gamma = 0{,}3$)

$$A=\begin{pmatrix} 10 & 4 & -7 & -1 \\ 3 & 11 & 12 & -14 \\ 7 & -13 & -1 & -5 \\ 12 & 7 & -18 & 0 \end{pmatrix}$$

25. Решить игру с «природой» с платежной матрицей А, если:
а) известны вероятности чистых стратегий «природы» 0,2; 0,1; 0,2; 0,5;
б) поведение «природы» не определено. Найти оптимальные стратегии игрока по критериям Вальда, Сэвиджа, Гурвица ($\gamma = 0{,}5$)

$$A=\begin{pmatrix} 18 & 2 & -11 & -18 \\ 1 & 13 & 15 & -17 \\ 4 & -18 & -6 & -8 \\ 12 & 2 & -16 & 0 \end{pmatrix}$$

26. Решить игру с «природой» с платежной матрицей А, если:
а) известны вероятности чистых стратегий «природы» 0,3; 0,1; 0,1; 0,5;
б) поведение «природы» не определено. Найти оптимальные стратегии игрока по критериям Вальда, Сэвиджа, Гурвица ($\gamma = 0{,}4$)

$$A=\begin{pmatrix} 8 & 2 & -1 & -8 \\ 11 & 3 & 5 & -7 \\ 4 & -8 & -6 & -8 \\ 2 & 2 & -6 & 0 \end{pmatrix}$$

27. Решить игру с «природой» с платежной матрицей А, если:
а) известны вероятности чистых стратегий «природы» 0,4; 0,1; 0,1; 0,4;
б) поведение «природы» не определено. Найти оптимальные стратегии игрока по критериям Вальда, Сэвиджа, Гурвица ($\gamma = 0{,}7$)

$$A=\begin{pmatrix} 9 & 1 & -2 & -6 \\ 10 & 5 & 3 & -8 \\ 5 & -7 & -3 & -5 \\ 3 & 2 & -6 & 0 \end{pmatrix}$$

28. Решить игру с «природой» с платежной матрицей А, если:
а) известны вероятности чистых стратегий «природы» 0,3; 0,2; 0,1; 0,4;

б) поведение «природы» не определено. Найти оптимальные стратегии игрока по критериям Вальда, Сэвиджа, Гурвица (γ = 0,6)

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & -1 & -8 \\ 11 & 3 & 5 & -7 \\ 4 & -8 & -6 & -8 \\ 2 & 2 & -6 & 0 \end{pmatrix}$$

29. Решить игру с «природой» с платежной матрицей А, если:
а) известны вероятности чистых стратегий «природы» 0,1; 0,1; 0,3; 0,5
б) поведение «природы» не определено. Найти оптимальные стратегии игрока по критериям Вальда, Сэвиджа, Гурвица (γ = 0,5)

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 0 & -7 \\ 12 & 6 & 5 & -4 \\ 8 & -3 & -2 & -1 \\ 5 & 6 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

30. Решить игру с «природой» с платежной матрицей А, если:
а) известны вероятности чистых стратегий «природы» 0,2; 0,1; 0,3; 0,4
б) поведение «природы» не определено. Найти оптимальные стратегии игрока по критериям Вальда, Сэвиджа, Гурвица (γ = 0,4)

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 4 & 1 & -6 \\ 13 & 5 & 7 & -5 \\ 6 & -6 & -4 & -6 \\ 4 & 4 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

Контрольная работа № 2

1 – 10. Прокладывается участок пути между пунктами А и В. Весь участок разбит на условные участки по стоимости прокладки пути. Построить план прокладки дороги так, чтобы суммарные затраты были минимальными.

1. **В**

	2	3	1	2	7
4	4 2	4 2	3 5	4 1	1 2
2	4 7	3 1	2 2	3 1	4 2
6	3 4	5 2	4 6	2 3	3 4

А

2. **В**

	3	4	2	3	8
5	5 3	5 3	4 6	5 2	2 3
3	5 8	4 2	3 3	4 2	5 3
7	4 5	6 3	5 7	3 4	4 5

A

3. **B**

	4	4	1	4	7
6	4 2	4 6	5 7	6 3	2 3
3	5 9	5 3	4 5	4 2	5 3
8	5 4	6 3	5 7	3 4	4 5

A

4. **B**

	1	2	3	4	5
2	3 5	4 6	5 4	7 7	6 1
8	7 4	6 1	5 1	6 3	7 5
4	2 7	3 4	5 3	7 1	4 1

A

5. **B**

	3	4	3	2	1
5	8 7	7 3	4 6	2 1	9 2
3	9 4	6 5	2 2	8 1	3 3
9	1 2	1 4	3 1	2 7	6 1

A

6. **B**

	2	2	7	1	2
3	1 2	3 4	1 2	4 8	5 1
1	4 3	1 6	3 3	3 1	7 5
1	4 2	4 5	1 2	3 4	6 5

A

7. **B**

	5	4	4	3	1
5	8 6	7 3	5 4	2 1	7 2
3	9 5	4 5	3 2	6 1	3 3
9	1 2	1 4	3 1	2 7	6 1

A

8. **B**

	1	2	3	4	5
2	3 5	4 4	7 4	3 7	6 1
8	7 4	6 1	8 1	4 3	7 5
4	2 7	3 4	5 3	1 1	5 1

A

9. **B**

	3	4	2	3	2
5	5 3	5 3	4 6	5 4	3 1
3	3 4	3 1	1 5	3 2	5 2
7	4 3	2 2	5 7	3 4	4 5

A

10. **B**

	2	5	2	4	5
1	4 3	4 6	1 3	3 1	6 5
1	4 2	1 4	3 2	3 8	7 1
3	1 2	3 2	1 7	4 1	5 2

A

11 – 20. Найти оптимальное распределение инвестиций между тремя предприятиями в объеме S млн. рублей так, чтобы максимизировать сумму прибыли. Зависимость дополнительной прибыли каждого из предприятий от размеров инвестиций указана в таблице:

11. S = 8

	$П_1$	$П_2$	$П_3$
0	0	0	0
2	4	6	7
4	8	6	8
6	10	10	9
8	14	13	16

12. S = 4

	$П_1$	$П_2$	$П_3$
0	0	0	0
1	1	3	4
2	4	3	5
3	5	5	6
4	7	6	8

13. S = 8

	$П_1$	$П_2$	$П_3$
0	0	0	0
2	3	3	4
4	6	5	5
6	8	9	8
8	10	11	10

14. S = 4

	$П_1$	$П_2$	$П_3$
0	0	0	0
1	5	4	6
2	7	8	9
3	10	10	11
4	13	14	14

15. S = 8

	$П_1$	$П_2$	$П_3$

0	0	0	0
2	10	8	9
4	15	13	14
6	17	16	18
8	20	21	22

16. S = 4

	$П_1$	$П_2$	$П_3$
0	0	0	0
1	9	7	8
2	14	12	13
3	16	15	17
4	19	20	21

17. S = 8

	$П_1$	$П_2$	$П_3$
0	0	0	0
2	5	4	3
4	6	7	8
6	9	9	9
8	12	13	11

18. S = 4

	$П_1$	$П_2$	$П_3$
0	0	0	0
1	3	4	5
2	6	8	7
3	8	9	8
4	11	12	12

19. S = 8

	$П_1$	$П_2$	$П_3$
0	0	0	0
2	4	3	4
4	6	7	5
6	8	9	9
8	10	11	10

20. S = 4

	$П_1$	$П_2$	$П_3$
0	0	0	0
1	5	4	3
2	6	7	7
3	8	9	10
4	11	12	13

21 – 30. Даны упорядоченная структурно-временная таблица перечня работ по организации выставки-продажи товаров. Требуется построить сетевой график, определить критический путь, критические работы, резервы времени, провести графический анализ комплекса работ по оптимизации сетевой модели по критерию минимума времени Т при заданных ресурсах В. Определить экономию. Построить оптимальный сетевой план работ.

Содержание работ	Обозначение, aj	Опорные работы, aj	Коэффициенты пересчёта, cj =1/bj	Длительность работ, ч	Оптим. tj°
Заказ на оборудование и товары	a_1	-	$c_1 = 0,1$	t_1	?
Разработка системы учёта спроса	a_2	-	$c_2 = 0,2$	t_2	?
Отбор товаров и выписка счетов	a_3	a_1	$c_3 = 0,3$	t_3	?
Завоз товара	a_4	a_3	$c_4 = 0,4$	t_4	?
Завоз оборудования	a_5	a_1	$c_5 = 0,5$	t_5	?
Установка оборудования	a_6	a_5	$c_6 = 0,6$	t_6	?
Выкладка товара	a_7	a_4	$c_7 = 0,7$	t_7	?
Учёт наличия товара	a_8	a_4	$c_8 = 0,8$	t_8	?
Оформление зала и витрины	a_9	a_6, a_7	$c_9 = 0,9$	t_9	?
Изучение документов учёта	a_{10}	a_2, a_8	$c_{10} = 1,0$	t_{10}	?
Репетиция выставки продажи	a_{11}	a_9, a_{10}	$c_{11} = 1,1$	t_{11}	?
Проведение выставки	a_{12}	a_{11}	$c_{12} = 1,2$	t_{12}	?
Анализ результатов	a_{13}	a_{12}	$c_{13} = 1,3$	t_{13}	?

21. $т_1 = 10$, $т_2 = 12$, $т_3 = 2$, $т_4 = 3$, $т_5 = 5$, $т_6 = 6$, $т_7 = 6$, $т_8 = 5$, $т_9 = 5$, $т_{10} = 4$, $т_{11} = 2$, $т_{12} = 1$, $т_{13} = 1$.
22. $т_1 = 8$, $т_2 = 15$, $т_3 = 6$, $т_4 = 3$, $т_5 = 4$, $т_6 = 5$, $т_7 = 5$, $т_8 = 5$, $т_9 = 3$, $т_{10} = 3$, $т_{11} = 2$, $т_{12} = 1$, $т_{13} = 1$.
23. $т_1 = 9$, $т_2 = 11$, $т_3 = 3$, $т_4 = 4$, $т_5 = 5$, $т_6 = 4$, $т_7 = 2$, $т_8 = 6$, $т_9 = 6$, $т_{10} = 5$, $т_{11} = 3$, $т_{12} = 1$, $т_{13} = 1$.
24. $т_1 = 7$, $т_2 = 12$, $т_3 = 5$, $т_4 = 6$, $т_5 = 6$, $т_6 = 7$, $т_7 = 5$, $т_8 = 5$, $т_9 =$, $т_{10} = 5$, $т_{11} = 2$, $т_{12} = 1$, $т_{13} = 1$.
25. $т_1 = 12$, $т_2 = 12$, $т_3 = 1$, $т_4 = 5$, $т_5 = 4$, $т_6 = 7$, $т_7 = 2$, $т_8 = 4$, $т_9 = 5$, $т_{10} = 6$, $т_{11} = 1$, $т_{12} = 1$, $т_{13} = 1$.
26. $т_1 = 9$, $т_2 = 7$, $т_3 = 5$, $т_4 = 4$, $т_5 = 9$, $т_6 = 7$, $т_7 = 6$, $т_8 = 7$, $т_9 = 8$, $т_{10} = 8$, $т_{11} = 3$, $т_{12} = 1$, $т_{13} = 1$.
27. $т_1 = 14$, $т_2 = 16$, $т_3 = 2$, $т_4 = 3$, $т_5 = 3$, $т_6 = 7$, $т_7 = 5$, $т_8 = 5$, $т_9 = 7$, $т_{10} = 3$, $т_{11} = 4$, $т_{12} = 1$, $т_{13} = 1$.
28. $т_1 = 10$, $т_2 = 11$, $т_3 = 5$, $т_4 = 2$, $т_5 = 5$, $т_6 = 7$, $т_7 = 1$, $т_8 = 6$, $т_9 = 4$, $т_{10} = 5$, $т_{11} = 2$, $т_{12} = 1$, $т_{13} = 1$.
29. $т_1 = 11$, $т_2 = 13$, $т_3 = 3$, $т_4 = 2$, $т_5 = 5$, $т_6 = 10$, $т_7 = 6$, $т_8 = 7$, $т_9 = 4$, $т_{10} = 7$, $т_{11} = 3$, $т_{12} = 1$, $т_{13} = 1$.
30. $т_1 = 13$, $т_2 = 15$, $т_3 = 5$, $т_4 = 6$, $т_5 = 7$, $т_6 = 8$, $т_7 = 4$, $т_8 = 6$, $т_9 = 5$, $т_{10} = 6$, $т_{11} = 2$ $т_{12} = 1$, $т_{13} = 1$.

31 – 33. На общую базу присылают автомашины с промышленными товарами. Поток простейший и поступает с интенсивностью λ машин в час. На территории базы одновременно могут находиться не более m машин. Имеющиеся на базе n бригад грузчиков разгружают одновременно все только одну машину. Среднее время разгрузки одной машины составляет $t_{обс.}$ Необходимо определить основные показатели СМО оптовой базы при следующих значениях исходных данных:

31. $n = 1$ $m = 3$ $\lambda = 2$ авт./ч. $t_{обс.} = 1{,}5$ ч.
32. $n = 2$ $m = 3$ $\lambda = 5$ авт./ч. $t_{обс.} = 1$ ч.
33. $n = 3$ $m = 1$ $\lambda = 4$ авт./ч. $t_{обс.} = 1$ ч.

34 – 36. Универсам получает ранние овощи и зелень из теплиц пригородного совхоза. Машины с товаром прибывают в универсам в неопределенное время. В среднем прибывает λ машин в день. Подсобные помещения и оборудование для подготовки овощей к продаже позволяют обработать и хранить товар в объеме не более m машин одновременно. В универсаме работают n фасовщиков, каждый из которых в среднем может обработать товар с одной машины в течение $t_{обс.}$ дня. Необходимо определить основные показатели СМО оптовой базы при следующих значениях исходных данных:

34. $n = 2$ $m = 2$ $\lambda = 3$ авт./день $t_{обс.} = 0{,}5$ дня
35. $n = 2$ $m = 2$ $\lambda = 3$ авт./день $t_{обс.} = 0{,}3$ дня
36. $n = 4$ $m = 2$ $\lambda = 6$ авт./день $t_{обс.} = 0{,}25$ дня

37 –40. В магазин самообслуживания поступает пуассоновский поток покупателей с интенсивностью λ покупателей в минуту. Средняя продолжительность обслуживания на расчетном узле составляет $t_{обс.}$ мин., число кассиров-контролеров n. Рассчитать основные показатели СМО при следующих данных:

37. $\lambda = 2$ пок./мин $t_{обс.} = 1{,}4$ мин. n = 3
38. $\lambda = 0{,}5$ пок./мин $t_{обс.} = 1{,}8$ мин. n = 2
39. $\lambda = 1$ пок./мин $t_{обс.} = 1{,}5$ мин. n = 2
40. $\lambda = 2$ пок./мин $t_{обс.} = 1{,}6$ мин. n = 4

11.4. Вопросы для подготовки к экзамену/зачету

1. Основная задача Линейного программирования.
2. Математическая модель ОЗЛП, ее виды.
3. Графическое решение двумерной задачи Линейного программирования.
4. Получение первоначального допустимого решения ОЗЛП симплекс-методом.
5. Критерий оптимальности решения в симплекс-методе.
6. Переход к лучшему решению в симплекс-методе.
7. Постановка Транспортной задачи, ее экономико-математическая модель.
8. Методы нахождения первоначального базисного распределения поставок. Особый случай этих методов (вырожденность решения).
9. Критерий оптимальности распределения поставок по методу потенциалов.
10. Перераспределение поставок по циклу.
11. Открытая модель Транспортной задачи.
12. Основные понятия сетевого планирования и управления.
13. Постановка задачи СПУ.
14. Правила построения сетевых моделей.
15. Оптимизация сетевого графика.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учетом рекомендаций ПрООП ВПО по направлению 080100.62. «Экономика»

Автор-составитель:
Туртин Д.В. доцент, к.ф.-м.н. кафедры МЭИ и ВТ